

ALGEBRAIC MANIPULATION

الجبری مہارت

◀ L.C.M اور H.C.F

◀ الجبری کسور پر بنیادی عوامل

◀ الجبری کسور کا جذر

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

- ◀ الجبری جملوں کا عاذا عظم HCF اور ذواضعاف اقل (LCM) معلوم کر سکیں۔
- ◀ تجزی یا تقسیم کے طریقہ سے عاذا عظم اور ذواضعاف اقل معلوم کر سکیں۔
- ◀ عاذا عظم اور ذواضعاف اقل میں تعلق جان سکیں۔
- ◀ کسری جملوں جن میں $+$ ، $-$ ، $\times$ ، $\div$ کو استعمال کیا گیا کو HCF اور LCM کی مدد سے مختصر کر سکیں۔
- ◀ الجبری جملوں کا جذر بذریعہ تجزی اور تقسیم معلوم کر سکیں۔

3.1 عا د اعظم (HCF) اور ذواضعاف اقل (LCM)

HIGHEST COMMON FACTOR (HCF) AND LEAST COMMON MULTIPLE (LCM)

3.1.1 عا د اعظم (HCF)

- دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا عا د اعظم ایک بڑے سے بڑے درجے کا ایسا مشترکہ جملہ ہوتا ہے جو کہ ان میں سے ہر ایک جملے کو بغیر ”باقی“ کے پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔
- ▶ ۱۲ اور ۱۸ کے عا د اعظم ۶ ہے۔
- ▶ ۲۰ اور ۳۰ کے عا د اعظم ۱۰ ہے۔
- عا د اعظم کا اختصار HCF ہے۔

ہم دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا عا د اعظم (HCF) درج ذیل طریقوں سے معلوم کر سکتے ہیں:

- (i) بذریعہ تجزی - (ii) تقسیم کے عمل سے
- ▶ HCF کا عا د اعظم معلوم کرنا: **HCF BY FACTORIZATION**
- ▶ بذریعہ تجزی عا د اعظم معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثالوں سے واضح کیا جاتا ہے۔
- ▶ LCM اور HCF کا تعلق: $LCM \times HCF = \text{Product of the numbers}$
- ▶ مثال 1:-

۱۲ $p^3 q^2$ اور ۸ $p^2 q r^3$ کا عا د اعظم HCF معلوم کریں۔

حل:

$$12p^3q^2 = 2 \times 2 \times 3 \times p \times p \times p \times q \times q \quad \text{کی تجزی}$$

$$8p^2qr^3 = 2 \times 2 \times 2 \times p \times p \times q \times r \times r \times r \quad \text{کی تجزی}$$

$$4p^2q^3r = 2 \times 2 \times p \times p \times q \times q \times q \times r \quad \text{کی تجزی}$$

مشترک اجزائے ضربی: $2 \times 2 \times p \times p \times q$

پس $HCF = 4p^2q$ عا د اعظم

مثال 2:-

2x² + 3x + 1 اور 2x² + 5x + 2، 2x² - x - 1 کا عطا معلوم کریں

حل:

$$\begin{aligned} \text{کی تجزی} \quad 2x^2 + 3x + 1 &= 2x^2 + 2x + x + 1 \\ &= 2x(x + 1) + 1(x + 1) \\ &= (2x + 1)(x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کی تجزی} \quad 2x^2 + 5x + 2 &= 2x^2 + 4x + x + 2 \\ &= 2x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (2x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کی تجزی} \quad 2x^2 - x - 1 &= 2x^2 - 2x + x - 1 \\ &= 2x(x - 1) + 1(x - 1) \\ &= (2x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مشترک جزو ضربی} &= 2x + 1 \\ \text{عطا عظم} &= 2x + 1 \quad \text{پس} \end{aligned}$$

مثال 3:-

24(6x⁴ - x³ - 2x²) اور 20(2x⁶ + 3x⁵ + x⁴) کا عطا معلوم کریں

$$\begin{aligned} \text{کی تجزی} \quad P(x) &= 24(6x^4 - x^3 - 2x^2) \\ &= 24x^2(6x^2 - x - 2) \end{aligned} \quad \text{فرض کیا:}$$

$$= 24x^2[6x^2 - 4x + 3x - 2] \quad \text{.E}$$

$$= 24x^2[2x(3x - 2) + 1(3x - 2)] \quad \text{.2 (x^2)}$$

$$P(x) = 24x^2(2x + 1)(3x - 2) = 2^2 \times 2 \times 3 \times x^2(2x + 1)(3x - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{کی تجزی} \quad Q(x) &= 20(2x^6 + 3x^5 + x^4) \\ &= 20x^4[2x^2 + 3x + 1] \end{aligned} \quad \text{اور فرض کیا}$$

$$= 20x^4(2x^2 + 2x + x + 1) \quad \text{.II } x^2 - x - 1, 1 + x, x - 1$$

$$= 20x^4[2x(x + 1) + 1(x + 1)] \quad \text{.EII } x^2 + x^2 + x, x^2 + x^2 + x$$

$$= 20x^4(x + 1)(2x + 1) \quad \text{.EII } x^2 + x^2 + x, x^2 + x^2 + x$$

$$= 2^2 \times 5 \times x^2 \times x^2(x + 1)(2x + 1) \quad \text{.EII } x^2 + x^2 + x, x^2 + x^2 + x$$

$$\text{مشترک جزو ضربی} = 2^2 \times x^2 \times (2x + 1) \quad \text{.EII } x^2 + x^2 + x, x^2 + x^2 + x$$

$$\text{عطا عظم} = 4x^2(2x + 1) \quad \text{پس}$$

مثال 4:-

$x^2 - 4$ اور $x^2 - 7x + 10$ ، $x^2 + x - 6$ کا عاذا عظم معلوم کریں

حل:

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) \text{ کے اجزائے ضربی}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 10 &= x^2 - 5x - 2x + 10 \\ &= x(x - 5) - 2(x - 5) \\ &= (x - 5)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 6 &= x^2 + 3x - 2x - 6 \\ &= x(x + 3) - 2(x + 3) \\ &= (x + 3)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مشترک جزو ضربی} &= x - 2 \\ \text{عاذا عظم} &= x - 2 \text{ پس} \end{aligned}$$

مشق 3.1

تجزیی کے ذریعے عاذا عظم معلوم کریں۔

1. $abxy, a^2bc$

2. $6pqr, 15qrs$

3. $8xy^2z^3, 12x^2y^2z^2$

4. $14a^2bc, 21ab^2$

5. $3x^5y^2, 12x^2y^4, 15x^3y^2$

6. $4abc^3, 8a^3bc, 6ab^3c$

7. $x^3 + 64, x^2 - 16$

8. $x^2 - y^2, x^4 - y^4, x^6 - y^6$

9. $t^2 - 9, (t + 3)^2, t^2 + t - 6$

10. $x^2 - x - 2, x^2 + x - 6, x^2 - 3x + 2$

11. $1 - x^2, x^3 + 1, 1 - x - 2x^2$

12. $x^3 - 8, x^2 - 7x + 10$

13. $x^2 + 3x + 2, x^2 + 4x + 3, x^2 + 5x + 4$

14. $x^4 + x^3 - 6x^2, x^4 - 9x^2, x^3 + x^2 - 6x$

15. $35a^2c^3b, 45a^3cb^2, 30ac^2b^3$

HCF BY DIVISION METHOD HCF معلوم کرنا

تقسیم کے قاعدے سے عدا عظم معلوم کرنے کے لیے دیے گئے جملوں کو ان کے مشترک متغیر کی قوت نماؤں کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں لکھیے۔

بڑے درجے کی کثیررتی کو چھوٹے درجے کی کثیررتی سے تقسیم کیجیے اور باقی معلوم کیجیے۔ پہلے والے تقسیم کنندہ کو مقسوم علیہ بنا کر باقی کو تقسیم کنندہ بنا لیجیے اور تقسیم کر کے باقی معلوم کریں۔ اس عمل کو جاری رکھیں یہاں تک کہ صفر باقی بچے۔ آخری تقسیم کنندہ مطلوب عدا عظم ہے۔

مثال 1:-

$(x^3 - x^2 + x - 1)$ ، $(x^3 - x^2 - 3x + 3)$ کا عدا عظم تقسیم کے قاعدہ سے معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^3 - x^2 + x - 1 \overline{) x^3 - x^2 - 3x + 3} \\ \underline{\pm x^3 \mp x^2 \pm x \mp 1} \\ -4x + 4 = -4(x - 1) \end{array}$$

$-4(x - 1)$ کو -4 سے تقسیم کرنے سے ہمیں $(x - 1)$ حاصل ہوا

$$\begin{array}{r} x^2 + 1 \\ x - 1 \overline{) x^3 - x^2 + x - 1} \\ \underline{\pm x^3 \mp x^2} \\ x - 1 \\ \underline{\pm x \mp 1} \\ 0 \end{array}$$

پس $x - 1$ = عدا عظم

یاد رکھیے:

عدا عظم معلوم کرتے وقت کسی بھی کثیررتی کو کسی ہندسے سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے سے عدا عظم متاثر نہیں ہوتا۔

مثال 2:-

بذریعہ تقسیم $5x^3 + 10x^2 - 3x - 6$ ، $2x^3 + 6x^2 + 5x + 2$ اور $3x^3 + 6x^2 + 2x + 4$ کا عاوا عظم معلوم کیجیے۔

حل:

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 6x^2 + 5x + 2 \quad \overline{) \quad 5x^3 + 10x^2 - 3x - 6} \\
 \underline{\times 5} \\
 10x^3 + 20x^2 - 6x - 12 \\
 \underline{\pm 10x^3 \pm 30x^2 \pm 25x \pm 10} \\
 -10x^2 - 31x - 22
 \end{array}$$

اب $-10x^2 - 31x - 22$ کو $'-1'$ سے تقسیم کرنے سے ہمیں حاصل ہوا $(10x^2 + 31x + 22)$

$$\begin{array}{r}
 10x^2 + 31x + 22 \quad \overline{) \quad 2x^3 + 6x^2 + 5x + 2} \\
 \underline{\times 5} \\
 10x^3 + 30x^2 + 25x + 10 \\
 \underline{\pm 10x^3 \pm 31x^2 \pm 22x} \\
 -x^2 + 3x + 10 \\
 \underline{\times 10} \\
 -10x^2 + 30x + 100 \\
 \underline{\mp 10x^2 \mp 31x \mp 22} \\
 61x + 122
 \end{array}$$

اب $61x + 122$ کو 61 سے تقسیم کرنے سے ہمیں حاصل ہوا $(x + 2)$

$$\begin{array}{r}
 10x + 11 \\
 x + 2 \quad \overline{) \quad 10x^2 + 31x + 22} \\
 \underline{\pm 10x^2 \pm 20x} \\
 11x + 22 \\
 \underline{\pm 11x \pm 22} \\
 0
 \end{array}$$

اب

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2 \\ x+2 \overline{) 3x^3 + 6x^2 + 2x + 4} \\ \underline{\pm 3x^3 \pm 6x^2} \\ 2x + 4 \\ \underline{\pm 2x \pm 4} \\ 0 \end{array}$$

1. $1+x+x^2+x^3, 1+x+x^2$
 2. $5+x^2-5x^3, 5+x^2-5x^3$
 3. $4+x^8-5x^4, x^8-5x^4+4$
 4. $x^21-5x^5-5x, x^21+5x^5+5x$

مثال 3:-

اگر $x^3 - x - 6$ اور $x^3 + 3x - 18$ کا عاظم $x - a$ ہو تو 'a' کی قیمت معلوم کریں۔

حل:- طاق ظاہر ہے کہ $x - a$ عاظم ہو تو دونوں کثیر رقمیوں کو پورا پورا تقسیم کرے گا اور $x = a$

$$x^3 - x - 6 = 0 \quad \text{اور} \quad x^3 + 3x - 18 = 0$$

$$a^3 - a - 6 = 0 \quad \text{اور} \quad a^3 + 3a - 18 = 0$$

$$a^3 - a - 6 = a^3 + 3a - 18$$

$$1+x^2+5x+4a^2=12x, x+5x^2+5x^3, 5+x^2+5x+5x^3$$

$$a = 3$$

$$5+x^2-5x^3, 5+x^2-5x^3, 5+x^2-5x^3$$

تقسیم کنندہ

کوئی کثیر رقمی $D(x)$ کسی کثیر رقمی $P(x)$ کا تقسیم کنندہ کہلاتی ہے اگر $P(x) = D(x) \cdot Q(x)$

جہاں $Q(x)$ کوئی اور کثیر رقمی ہے

مثلاً

$$D(x) = x - 2 \quad \text{اور} \quad P(x) = (x - 2)(x + 3)$$

تو پھر واضح ہے کہ $P(x) \cdot D(x)$ کا تقسیم کنندہ ہے

$$P(x) = (x - 2)(x + 3)$$

$$= D(x) \cdot Q(x)$$

$$Q(x) = x + 3$$

مشق 3.2

تقسیم کے طریقہ سے عا د اعظم HCF معلوم کریں۔

1. $x^4 + x^2 + 1$, $x^4 + x^3 + x + 1$
2. $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$, $8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2$
3. $4x^3 + 2x^2 - 6x$, $4x^3 - 8x + 4$
4. $x^3 + 7x^2 + 12x$, $x^3 - 2x^2 - 15x$
5. $x^3 - x^2 - x + 1$, $x^4 - 2x^3 + 2x - 1$
6. $x^3 - x^2 - x - 2$, $x^3 + 3x^2 - 6x - 8$
7. $x^2 + 3x - 4$, $x^3 - 2x^2 - 2x + 3$
8. $3x^3 - 14x^2 + 9x + 10$, $15x^3 - 34x^2 + 21x - 10$
9. $2x^4 + x^3 + 4x + 2$, $6x^3 + 5x^2 + x$, $2x^4 + 3x^3 + x^2 + 2x + 1$
10. $x^3 + x^2 - 5x + 3$, $x^3 - 7x + 6$, $x^3 + 2x^2 - 2x + 3$

3.1.2 ذواضعاف اقل (LCM) Least Common Multiple (LCM)

دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل ایک کم ترین درجہ کا ایسا جملہ ہوتا ہے جو ان سب جملوں سے بغیر ”باقی“ کے پورا پورا تقسیم ہو سکے۔

ذواضعاف اقل کا مخفف LCM ہے۔

ہم ذواضعاف اقل بذریعہ تجزی معلوم کر سکتے ہیں

بذریعہ تجزی LCM معلوم کرنا LCM BY FACTORIZATION

بذریعہ تجزی LCM معلوم کرنے کے لیے درج ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 1:- $4p^2q^3r$ ، $8p^2qr^3$ اور $12p^3q^2$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں

حل:

$$12p^3q^2 \text{ کی تجزی} = 2 \times 2 \times 3 \times p \times p \times p \times q \times q$$

$$8p^2qr^3 \text{ کی تجزی} = 2 \times 2 \times 2 \times p \times p \times q \times r \times r \times r$$

$$4p^2q^3r \text{ کی تجزی} = 2 \times 2 \times p \times p \times q \times q \times q \times r$$

$$\begin{aligned} \text{غیر مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} \times \text{مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} &= \text{ذواضعاف اقل} \\ &= (2^2 \times p^2 \times q^2 \times r) \times (2 \times 3 \times p \times q \times r^2) \\ &= 4p^2q^2r \times 6pqr^2 \\ &= 4 \times 6 \times p^2 \times p \times q^2 \times q \times r \times r^2 \\ \text{ذواضعاف اقل} &= 24p^3q^3r^3 \end{aligned}$$

یاد رکھیے:

مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب لیتے وقت مشترکہ اجزائے ضربی کو بار بار شمار نہیں کرتے۔

مثال 2:- $24ab^2c^2$ ، $6ab^2c^3$ اور $18ab^2c^3$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

حل:

$$18ab^2c^3 \text{ کی تجزی} = 2 \times 3 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c \times c$$

$$6a^2bc^3 \text{ کی تجزی} = 2 \times 3 \times a \times a \times b \times c \times c \times c$$

$$24ab^2c^2 \text{ کی تجزی} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c$$

$$\begin{aligned} \text{غیر مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} \times \text{مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} &= \text{ذواضعاف اقل} \\ &= (2 \times 3 \times a \times b^2 \times c^3) \times (2 \times 2 \times 3 \times a) \\ &= (6ab^2c^3) \times (12a) \\ \text{ذواضعاف اقل} &= 72a^2b^2c^3 \end{aligned}$$

مثال 3:- $x^2 - 4x - 21$ اور $x^2 - 49$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

حل:

$$x^2 - 49 = x^2 - 7^2$$

$$= (x - 7) (x + 7)$$

$$x^2 - 4x - 21 = x^2 - 7x + 3x - 21 \quad \text{اور}$$

$$= x(x - 7) + 3(x - 7)$$

$$= (x - 7) (x + 3)$$

$$\text{مشترک جزو ضربی} = x - 7$$

$$\text{غیر مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} = (x + 7) (x + 3)$$

$$\text{غیر مشترک اجزائے ضربی کا حاصل ضرب} \times \text{مشترک جزو ضربی} = \text{ذواضعاف اقل}$$

$$\text{ذواضعاف اقل} = (x - 7) \times (x + 7) (x + 3)$$

$$= (x^2 - 7^2) (x + 3)$$

$$= (x^2 - 49) (x + 3)$$

$$\text{ذواضعاف اقل} = x^3 + 3x^2 - 49x - 147$$

مشق 3.3

ہذریعہ تجزی ذواضعاف اقل LCM معلوم کیجیے۔

1. $21a^4x^3y$, $35a^2x^4y$, $28a^3xy^4$

2. $3a^4b^2c^3$, $5a^2b^3c^5$

3. $2ab$, $3ab$, $4ca$

4. x^2yz , xy^2z , xyz^2

5. $p^3q - pq^3$, $p^5q^2 - p^2q^5$

6. $x^3 + 64$, $x^2 - 16$

7. $x^2 - x - 2$, $x^2 + x - 6$, $x^2 - 3x + 2$

8. $y^2 - 9$, $(y + 3)^2$, $y^2 + y - 6$

9. $1 - y^2$, $y^3 + 1$, $1 - y - 2y^2$

10. $x^2 - y^2$, $x^4 - y^4$, $x^6 - y^6$

11. $x^3 + 1$, $x^4 + x^2 + 1$, $(x^2 + x + 1)^2$

12. $x^3 + y^3$, $x^4 - y^4$, $x^6 + y^6$

13. $2x^2 + 5x + 3$, $x^2 + 2x + 1$, $2x^2 + 9x + 9$

14. $x^4 + x^3 - 6x^2$, $x^4 - 9x^2$, $x^3 + x^2 - 6x$

15. $x^2 + 4xy + 4y^2$, $x^2 + 3xy + 2y^2$, $x^2 + 2xy + y^2$

Relationship Between HCF and LCM

3.1.3 عا د اعظم اور ذواضعاف اقل کا باہمی تعلق

A اور B کوئی سے دو الجبری جملے ہوں اور HCF اور LCM کو بالترتیب H اور L سے ظاہر کیا جائے تو ان کے درمیان تعلق کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$A \times B = H \times L$$

یہ عا د اعظم اور ذواضعاف اقل کے درمیان کلیہ کہلاتا ہے۔

ثبوت: فرض کیا

$$\frac{A}{H} = x \quad \text{اور} \quad \frac{B}{H} = y$$

$$A = Hx \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$B = Hy \quad \dots\dots\dots (ii)$$

چونکہ x اور y میں کوئی جزو ضربی مشترک نہیں

$$L = H.x.y \quad \text{لہذا}$$

$$HL = H(H.x.y) \quad (\text{دونوں اطراف H سے ضرب دینے سے})$$

$$= (Hx).(Hy)$$

$$HL = A.B.$$

اہم نتائج:

$$(i) \quad L = \frac{A \times B}{H}$$

$$(ii) \quad H = \frac{A \times B}{L}$$

$$(iii) \quad A = \frac{H \times L}{B}$$

نوٹ:

اگر A اور B دو الجبری جملے ہوں تو ہم ذواضعاف اقل معلوم کرنے سے پہلے عا د اعظم معلوم کرتے ہیں۔

اگر دو الجبری جملوں کا عا د اعظم معلوم ہو تو ہم ان کا ذواضعاف اقل معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال 1:-

دو الجبری جملوں کے ذواضعاف اقل اور عا د اعظم بالترتیب $(x^2 - 1)$ اور $(2x + 1)$ ہیں۔ اگر ایک جملہ $(x - 1)(2x + 1)$ ہو تو دوسرا جملہ معلوم کریں۔

حل:

$$L = (2x + 1)(x^2 - 1)$$

$$H = 2x + 1$$

$$A = (x - 1)(2x + 1)$$

$$B = ?$$

$$A \times B = H \times L \quad \text{ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$B = \frac{H \times L}{A}$$

$$= \frac{(2x + 1)(x^2 - 1)(2x + 1)}{(x - 1)(2x + 1)}$$

$$= \frac{(2x + 1)(x + 1)(x - 1)(2x + 1)}{(x - 1)(2x + 1)}$$

$$B = (2x + 1)(x + 1)$$

مثال 2:-

اگر دو جملوں کا عا د اعظم $(x + 3)$ اور ان کا ذواضعاف اقل $x^3 - 7x + 6$ ہو تو دوسرا جملہ معلوم کریں جبکہ پہلا جملہ $(x^2 + 2x - 3)$ ہے۔

حل: فرض کیا مطلوبہ جملہ B ہے۔ تو

$$A \times B = H \times L$$

$$B = \frac{H \times L}{A}$$

$$= \frac{(x + 3)(x^3 - 7x + 6)}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= (x + 3)(x - 2)$$

$$B = x^2 + x - 6$$

$$\begin{array}{r} x - 2 \\ x^2 + 2x - 3 \overline{) x^3 - 7x + 6} \\ \underline{-x^3 + 3x} \quad \pm 2x^2 \\ -2x^2 - 4x + 6 \\ \underline{+ 2x^2 + 4x \pm 6} \\ 0 \end{array}$$

مثال 3:-

دو جملوں کا حاصل ضرب $x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 20x + 48$ ہے۔ اور ان کا ذواضعاف اقل $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$ ہے۔ ان کا عاذا عظم معلوم کیجیے۔

حل: $A \times B = x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 20x + 48$ دیا گیا ہے کہ

$$L = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$$

$$H = ?$$

$$L \times H = A \times B$$

$$H = \frac{A \times B}{L}$$

$$H = \frac{x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 20x + 48}{x^3 + 5x^2 - 2x - 24}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \\ x^3 + 5x^2 - 2x - 24 \overline{) x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 20x + 48} \\ \underline{\pm x^4 \pm 5x^3 \mp 2x^2 \mp 24x} \\ -2x^3 - 10x^2 + 4x + 48 \\ \underline{\mp 2x^3 \mp 10x^2 \pm 4x \pm 48} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{عاذا عظم} = x - 2$$

یاد رکھیے کہ: عاذا عظم $\times$ ذواضعاف اقل = دو الجبری جملوں کا حاصل ضرب

$$\text{ذواضعاف اقل} = \frac{\text{دونوں الجبری جملوں کا حاصل ضرب}}{\text{عاذا عظم}}$$

$$\text{عاذا عظم} = \frac{\text{دونوں الجبری جملوں کا حاصل ضرب}}{\text{ذواضعاف اقل}}$$

مشق 3.4

درج ذیل کا عا د اعظم اور ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

1. $x^3 + x^2 + x + 1$, $x^3 - x^2 + x - 1$
2. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$, $x^3 - x^2 - 4x + 4$
3. $2x^3 + 2x^2 + x + 1$, $2x^3 - 2x^2 + x - 1$
4. $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$, $8x^4 + 6x^3 - 15x^2 + 9x - 2$
5. $3x^4 + 17x^3 + 27x^2 + 7x - 6$, $6x^4 + 7x^3 - 27x^2 + 17x - 3$
6. $2x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 7x + 15$, $2x^4 + x^3 - 20x^2 - 7x + 24$
7. $x^4 - x^3 - x + 1$, $x^4 + x^3 - x - 1$
8. $x^4 + x^3 + x + 1$, $x^4 + x^3 - x - 1$

مطلوبہ کثیر رقمی معلوم کیجیے۔

9. $A = x^2 - 5x - 14$, $H = x - 7$, $L = x^3 - 10x^2 + 11x + 70$, $B = ?$

10. $B = 3x^2 + 14x + 8$, $H = 3x + 2$, $L = 6x^3 + 25x^2 + 2x - 8$, $A = ?$

11. دو کثیر رقمیوں کا حاصل ضرب $x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 56x - 48$ ہے اور ان کا عا د اعظم $x^3 + 2x^2 - 11x - 12$ ہے۔ ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

12. دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور $L.C.M$ بالترتیب $x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + 12$ اور $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ ہیں۔ ان کا $H.C.F$ معلوم کیجیے۔

13. دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور ذواضعاف اقل بالترتیب $x^4 - 12x^3 + 53x^2 - 102x + 72$ اور $x - 3$ ہیں۔ ان کا عا د اعظم معلوم کیجیے۔

14. دو کثیر رقمیوں کے حاصل ضرب اور عا د اعظم بالترتیب $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24$ اور $x + 2$ ہیں۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

15. ایک جملہ $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ ہے۔ جبکہ دوسرا جملہ $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$ ہے۔ ان کا عا د اعظم $x^2 - 4$ ہے۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

16. ایک الجبری جملہ $x^3 - x^2 + 2x - 2$ اور دوسرا جملہ $x^3 - x^2 - 2x + 2$ ہے۔ ان کا عا د اعظم $x - 1$ ہے۔ ان کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

17. ثابت کیجیے کہ $H^3 + L^3 = A^3 + B^3$ جبکہ $H + L = A + B$ اور H, L بالترتیب عا د اعظم اور ذواضعاف اقل کو ظاہر کرتے ہیں اور A اور B بالترتیب کثیر رقمیاں ہیں۔

3.2 الجبری کسور پر بنیادی عوامل

BASIC OPERATIONS ON THE ALGEBRAIC FRACTIONS

Addition and Subtraction of the Algebraic Fractions

3.2.1 الجبری جملوں کی جمع اور تفریق

الجبری جملوں کی جمع اور تفریق کی وضاحت درج ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے۔

مثال 1:- مختصر کیجیے۔

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x - 8} + \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 6x + 8}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x - 8} + \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 6x + 8} \quad \text{حل:}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + x + 2}{x^2 - 4x + 2x - 8} + \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{x^2 - 4x - 3x + 12} - \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x^2 - 4x - 2x + 8}$$

$$= \frac{(x+2)(x+1)}{(x-4)(x+2)} + \frac{(x-3)(x-2)}{(x-4)(x-3)} - \frac{(x+3)(x-2)}{(x-4)(x-2)}$$

$$= \frac{x+1}{x-4} + \frac{x-2}{x-4} - \frac{x+3}{x-4}$$

$$= \frac{x+1+x-2-x-3}{x-4}$$

$$= \frac{x-4}{x-4} = 1$$

یاد رکھیے:

(i) الجبری کسور میں نسب نما اور مخرج، کثیر رقمیاں ہوتی ہیں۔

(ii) جب ہم ان کسور کو جمع یا تفریق کرتے ہیں تو پہلے ہم انہیں مختصر ترین شکل میں تبدیل کر لیتے ہیں

مثال 2:- مختصر کریں

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a-b} - \frac{ab}{a^3-b^3}$$

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a-b} - \frac{ab}{a^3-b^3} \quad \text{حل:-}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b) + 1(a^2+ab+b^2) - ab}{a^3-b^3}$$

$$= \frac{a^2-b^2+a^2+ab+b^2-ab}{a^3-b^3}$$

$$= \frac{2a^2}{a^3-b^3}$$

3.2.2 الجبری کسور کی ضرب اور تقسیم

Multiplication and Division of the Algebraic Fractions

اگر P, Q, R, S الجبری جملے ہوں تو $\frac{P}{Q}$ اور $\frac{R}{S}$ الجبری کسور کہلاتی ہیں جبکہ $S \neq 0$, $Q \neq 0$ ۔

الجبری کسور کی ضرب

$$\frac{P}{Q} \times \frac{R}{S} = \frac{PR}{QS} \quad \text{جبکہ } Q \neq 0, S \neq 0.$$

الجبری کسور کی تقسیم

$$\begin{aligned} \frac{P}{Q} \div \frac{R}{S} &= \frac{P}{Q} \times \frac{S}{R} \\ &= \frac{PS}{QR} \quad \text{جبکہ } Q \neq 0, S \neq 0. \end{aligned}$$

مثال 1:- مختصر کیجیے۔

$$\frac{b^2 - c^2 - a^2 + 2ac}{c^2 + a^2 - b^2 + 2ac} \times \frac{b^2 + c^2 - a^2 - 2bc}{a^2 - b^2 + c^2 - 2ac}$$

حل:

$$\frac{b^2 - c^2 - a^2 + 2ac}{c^2 + a^2 - b^2 + 2ac} \times \frac{b^2 + c^2 - a^2 - 2bc}{a^2 - b^2 + c^2 - 2ac}$$

$$= \frac{b^2 - (c^2 + a^2 - 2ac)}{(c^2 + a^2 + 2ac) - b^2} \times \frac{(b^2 + c^2 - 2bc) - a^2}{(a^2 + c^2 - 2ac) - b^2}$$

$$= \frac{b^2 - (a - c)^2}{(a + c)^2 - b^2} \times \frac{(b - c)^2 - a^2}{(a - c)^2 - b^2}$$

$$= \frac{[b^2 - (a - c)^2]}{(a + c - b)(a + c + b)} \times \frac{(b - c - a)(b - c + a)}{(-1)[b^2 - (a - c)^2]}$$

$$= \frac{-(b - c - a)(b - c + a)}{(a + c - b)(a + b + c)}$$

$$= \frac{(a + c - b)(a + b - c)}{(a + c - b)(a + b + c)} = \frac{a + b - c}{a + b + c}$$

مثال 2:- مختصر کیجیے۔

$$\frac{a^3 - b^3}{a^4 - b^4} \div \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 + b^2}$$

حل:

$$\frac{a^3 - b^3}{a^4 - b^4} \div \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 + b^2}$$

$$= \frac{a^3 - b^3}{a^4 - b^4} \times \frac{a^2 + b^2}{a^2 + ab + b^2}$$

$$= \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)} \times \frac{a^2 + b^2}{a^2 + ab + b^2}$$

$$= \frac{1}{a + b}$$

3.5 مشق

مختصر کیجیے۔

$$1. \frac{1}{a} + \frac{2}{a+1} - \frac{3}{a+2}$$

$$2. \frac{2a}{(x-2a)} - \frac{x-a}{x^2-5ax+6a^2} + \frac{2}{x-3a}$$

$$3. \frac{1}{a^2+1} - \frac{a^4}{a^2+1} + \frac{a^6}{a^2-1} - \frac{1}{a^2-1}$$

$$4. \frac{1}{x^2+x+1} - \frac{1}{x^2-x+1} + \frac{2x+1}{x^4+x^2+1}$$

$$5. \frac{a^2(b-c)}{(a+b)(a+c)} - \frac{b^2(c-a)}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2(a-b)}{(c+a)(c+b)}$$

$$6. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} - \frac{x-2}{x^2-x+1}$$

$$7. \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} + \frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$$

$$8. \frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{x-y}{x(x+y)} \div \frac{x^2+y^2}{x}$$

$$9. \frac{x^2-1}{x^2+x-2} \times \frac{x^3+8}{x^4+4x^2+16} \div \frac{x^2+x}{x^3+2x^2+4x}$$

$$10. \frac{a^3+64b^3}{a^2+20ab+64b^2} \div \frac{a^2-4ab+16b^2}{a^2+4ab+16b^2} \times \frac{a^2+12ab-64b^2}{a^3-64b^3}$$

$$11. \frac{a}{(a+b)^2-2ab} \times \frac{a^4-b^4}{(a+b)^3-3ab(a+b)} \div \frac{(a+b)^2-4ab}{(a+b)^2-3ab}$$

$$12. \frac{a^2-1}{a^2-a-2} \div \frac{a^2+5a+6}{a^2-5a+6} \div \frac{a^2-4a+3}{a^2+4a+3}$$

3.3 الجبری جملوں کا جذر SQUARE ROOT OF ALGEBRAIC EXPRESSION

ہم الجبری جملوں کا جذر معلوم کر سکتے ہیں۔

(i) تجزی کے طریقہ سے

(ii) تقسیم کے طریقہ سے

3.3.1 تجزی کے طریقہ سے جذر معلوم کرنا Square Root By Factorization Method

ہم اس طریقہ میں جملے کو مکمل مربع کی صورت میں ظاہر کر کے جذر معلوم کرتے ہیں۔

مثلاً

$$x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$$

$$\text{یا } x^2 \pm 2xy + y^2 = [\pm(x \pm y)]^2$$

$$\text{یا } \sqrt{x^2 \pm 2xy + y^2} = \pm(x \pm y)$$

پس الجبری جملے کا جذر دو ایسے جملوں پر مشتمل ہوتا ہے۔ جو ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہوتے ہیں۔

مثال 1:-

$49x^2 + 112xy + 64y^2$ کا تجزی کے طریقہ سے جذر معلوم کیجیے۔

حل:

$$= (7x)^2 + 2(7x)(8y) + (8y)^2$$

$$= (7x + 8y)^2$$

$$49x^2 + 112xy + 64y^2 = [\pm(7x + 8y)]^2$$

دونوں طرف جذر المربع سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\sqrt{49x^2 + 112xy + 64y^2} = \pm(7x + 8y)$$

مثال 2:-

کا جذر معلوم کریں۔ $(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 10(x + \frac{1}{x}) + 27$

$$x + \frac{1}{x} = z,$$

حل: فرض کیا کہ

$$(x + \frac{1}{x})^2 = z^2$$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = z^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = z^2 - 2$$

$$\therefore (x^2 + \frac{1}{x^2}) + 10(x + \frac{1}{x}) + 27 = z^2 - 2 + 10z + 27$$

$$= z^2 + 10z + 25$$

$$= (z)^2 + 2(z)5 + (5)^2$$

$$= (z + 5)^2 \quad \left[z = x + \frac{1}{x} \text{ رکھنے سے} \right]$$

$$= (x + \frac{1}{x} + 5)^2$$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 10(x + \frac{1}{x}) + 27 = \left[\pm(x + \frac{1}{x} + 5) \right]^2$$

دونوں طرف جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 10(x + \frac{1}{x}) + 27} = \pm(x + \frac{1}{x} + 5)$$

مثال 3:-

کا جذر معلوم کریں۔ $x(x-1)(x-2)(x-3)+1$

حل:

$$x(x-1)(x-2)(x-3)+1$$

$$= [x(x-3)] [(x-1)(x-2)] + 1$$

$$= [x^2 - 3x] [x^2 - 3x + 2] + 1$$

$$x^2 - 3x = z \quad \text{رکھتے ہیں}$$

$$x(x-1)(x-2)(x-3)+1 = z(z+2)+1$$

$$= z^2 + 2z + 1$$

$$= (z+1)^2$$

$$z = x^2 - 3x \quad \text{اب رکھیے}$$

$$x(x-1)(x-2)(x-3)+1 = (x^2 - 3x + 1)^2$$

$$= [\pm(x^2 - 3x + 1)]^2$$

دونوں طرف جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{x(x-1)(x-2)(x-3)+1} = \pm(x^2 - 3x + 1)$$

مثال 4:-

کا جذر معلوم کیجیے۔ $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^2 - 4(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}), (x \neq 0, y \neq 0)$

$$\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = z$$

حل: فرض کیا کہ

$$(\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2 = z^2$$

دونوں طرف مربع لینے سے

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - 2 = z^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = z^2 + 2$$

$$(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^2 - 4(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}) = (\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2) - 4(\frac{x}{y} - \frac{y}{x})$$

$$= z^2 + 2 + 2 - 4z$$

$$= z^2 - 4z + 4$$

$$= (z - 2)^2$$

$$= [\pm(z - 2)]^2 \quad \left[\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = z \text{ رکھتے ہیں} \right]$$

$$(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^2 - 4(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}) = \left[\pm(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} - 2) \right]^2$$

دونوں طرف جذر المربع لینے سے

$$\sqrt{(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^2 - 4(\frac{x}{y} - \frac{y}{x})} = \pm(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} - 2)$$

3.3.2 جذر بذریعہ طریقہ تقسیم معلوم کرنا Square Root by Division Method

ہم مندرجہ ذیل مثالوں سے بذریعہ طریقہ تقسیم جذر معلوم کرنے کی وضاحت کرتے ہیں۔

مثال 1:-

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz \text{ کا جذر معلوم کیجیے۔}$$

حل:

$$\begin{array}{r} x + y + z \\ x \overline{) x^2 + 2xy + 2xz + 2yz + y^2 + z^2} \\ \underline{\pm x^2} \\ 2x + y \quad 2xy + 2xz + 2yz + y^2 + z^2 \\ \underline{\pm 2xy} \quad \underline{\pm y^2} \\ 2x + 2y + z \quad 2xz + 2yz + z^2 \\ \underline{\pm 2xz \pm 2yz \pm z^2} \\ 0 \end{array}$$

مطلوبہ جذر المربع $\pm (x + y + z)$

(i) دیئے گئے جملے کو ترتیب نزولی میں لکھیے۔

پہلی رقم x^2 کا جذر المربع x لیجیے۔

جملے میں تفریق کرنے کے بعد $2xy + 2xz + 2yz + y^2 + z^2$ باقی بچتا ہے۔

(ii) حاصل قسمت x کو اس کے دوگنا $2x$ کو y سے ضرب دیجئے جو کہ باقی بچے کی پہلی رقم $2xy$ ہے۔

لہذا باقی بچے کو $2x + y$ سے تقسیم کیجیے تو ہمیں $2xz + 2yz + z^2$ نیا باقی بچتا ہے اور

$x + y$ حاصل قسمت ہوتے ہیں۔ جو کہ جذر المربع کی پہلی دور قوم ہیں۔

(iii) باقی بچے ہوئے کو حاصل قسمت کے دوگنا $2x + 2y + z$ سے تقسیم کیجیے۔ یعنی $2x + 2y + z$ تو حاصل قسمت

$x + y + z$ حل ہوا اور باقی صفر بچا۔ پس $\pm (x + y + z)$ مطلوبہ جذر ہے۔

مثال 2:-

$(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 - 12(x^2 - \frac{1}{x^2}) + 36$ کا جذر معلوم کریں۔

حل:

$$(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 - 12(x^2 - \frac{1}{x^2}) + 36$$

$$= x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 - 12x^2 + \frac{12}{x^2} + 36$$

$$= x^4 - 12x^2 + 34 + \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^4} \quad (\text{ترتیب نزولی میں لکھتے ہیں})$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 6 - \frac{1}{x^2} \\ x^2 \overline{) x^4 - 12x^2 + 34 + \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^4}} \\ \underline{\pm x^4} \phantom{+ 34 + \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^4}} \\ 2x^2 - 6 \phantom{+ \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^4}} \\ 2x^2 - 12 - \frac{1}{x^2} \phantom{+ \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^4}} \\ \underline{\pm 2x^2 - 12 - \frac{1}{x^2}} \\ 0 \end{array}$$

پس $\pm(x^2 - 6 - \frac{1}{x^2})$ مطلوبہ جذر ہے۔

$$x^2 = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a} \quad \text{اور} \quad x = \pm\sqrt{a} \Rightarrow x^2 = a$$

مثال 3:- $x^4 - 12x^3 + 217x + 320$ کو مکمل مربع بنانے کے لیے

(i) کیا جمع کیا جائے؟ (ii) کیا تفریق کیا جائے؟

(iii) x کی کس قیمت کے لیے مکمل مربع ہوگی؟

حل:

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 6x - 18 \\
 x^2 \overline{) x^4 - 12x^3 + 0x^2 + 217x + 320} \\
 \underline{\pm x^4} \\
 2x^2 - 6x \\
 \underline{\pm 2x^2 - 12x - 18} \\
 18x + 320 \\
 \underline{\pm 18x - 54} \\
 374
 \end{array}$$

(i) $-x + 4$ جمع کرنے سے جملہ مکمل مربع ہوگا۔

(ii) $x - 4$ تفریق کرنے سے جملہ مکمل مربع ہوگا۔

(iii) اگر $x - 4 = 0$ یعنی $x = 4$ ہو تو جملہ ایک مکمل مربع ہوگا۔

مثال 4:-

' l ' اور ' m ' کی کس قیمت کے لیے جملہ $4x^4 - 12x^3 + 25x^2 - lx + m$ ایک مکمل مربع ہوگا؟
جبکہ $x \neq 0$

حل:

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 3x + 4 \\
 2x^2 \overline{) 4x^4 - 12x^3 + 25x^2 - lx + m} \\
 \underline{\pm 4x^4} \\
 -42x^3 + 25x^2 \\
 \underline{\pm 12x^3 \pm 9x^2} \\
 16x^2 - lx + m \\
 \underline{\pm 16x^2 \pm 24x \pm 16} \\
 (-l + 24)x + (m - 16)
 \end{array}$$

دیا گیا جملہ مکمل مربع ہوگا اگر باقی بچا $(m-16)x + (-l+24)$ کی قیمت صفر کے برابر ہو۔
ایسا ممکن ہوگا اگر

$$-l + 24 = 0 \quad \text{اور} \quad m - 16 = 0$$

$$l = 24 \quad \text{اور} \quad m = 16$$

لہذا $l = 24$ اور $m = 16$ کے لیے دیا گیا جملہ ایک مکمل مربع ہوگا۔

مشق 3.6

درج ذیل کا جذر مربع معلوم کیجیے۔

1. $16x^2 + 24xy + 9y^2$
2. $(x^2 - 7x + 12)(x^2 - 9x + 20)(x^2 - 8x + 15)$
3. $(x^2 + 8x + 7)(2x^2 - x - 3)(2x^2 + 11x - 21)$
4. $x(x+2)(x+4)(x+6) + 16$
5. $(2x+1)(2x+3)(2x+5)(2x+7) + 16$
6. $(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 10(x + \frac{1}{x}) + 27, x \neq 0$
7. $(t - \frac{1}{t})^2 - 4(t + \frac{1}{t}) + 8, (t \neq 0)$
8. $(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 - 4(x + \frac{1}{x})^2 + 12, x \neq 0$
9. $4x^4 + 12x^3 + 25x^2 + 24x + 16$
10. $\frac{9x^2}{4y^2} - \frac{3x}{2y} - \frac{7}{4} + \frac{2y}{3x} + \frac{4x^2}{9y^2}, (x \neq 0, y \neq 0)$

11. 'x' کی کس قیمت کے لیے $x^4 + 4x^2 + x + \frac{8}{x^2} + \frac{4}{x^4}$ ایک مکمل مربع ہے۔ جبکہ $x \neq 0$

12. اگر $x^4 + lx^3 + mx^2 + 12x + 9$ ایک مکمل مربع ہو تو l اور m کی قیمتیں معلوم کریں۔

جائزہ مشق-3

I- صحیح جوابات کے گرد دائرہ لگائیں۔

1. دو الجبری جملوں کا حاصل ضرب ؟ =

ذواضعاف اقل

(a) عا دا عظم

(b) ذواضعاف اقل

(c) ذواضعاف اقل $\times$ عا دا عظم

(d) عا دا عظم + ذواضعاف اقل

2. ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے طریقے ہیں

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

3. عا دا عظم معلوم کرنے کے طریقوں کی تعداد ہے۔

(a) 4

(b) 1

(c) 2

(d) 3

4. $12pq, 8p^2q$ کا عا دا عظم ہے۔

(a) $4pq$

(b) $4p^2q^2$

(c) $4pq^2$

(d) $4p^2q$

5. $2x^2 + 3x + 1, 2x^2 - x - 1$ کا عا دا عظم ہے۔

(a) $2x - 1$

(b) $2x + 1$

(c) $x + 1$

(d) $x - 1$

6. $6pqr, 15qrs$ کا عا دا عظم ہے۔

(a) $3qr$

(b) $3pqr$

(c) $3pqrs$

(d) $15pqrs$

7. $12p^3q^2, 8p^2$ کا ذواضعاف اقل ہے۔

(a) $24pq^2$

(b) $24p^3q$

(c) $24p^3q^2$

(d) $12p^2q$

8. دو الجبری جملوں کا حاصل ضرب =

(a) عا دا عظم

(b) ذواضعاف اقل

(c) ذواضعاف اقل $\times$ عا دا عظم

(d) ذواضعاف اقل + عا دا عظم

9. دو الجبری جملوں کا حاصل ضرب = $\frac{L.C.M \times H.C.F}{H.C.F}$

(a) ذواضعاف اقل

(b) عا دا عظم

(c) 0

(d) عا دا عظم $\times$ ذواضعاف اقل

10. $\frac{L.C.M \times H.C.F}{\text{پہلا جملہ}}$

(a) دوسرا جملہ

(b) 1

(c) عا دا عظم

(d) ذواضعاف اقل

II- خالی جگہ پر کریں۔

1. عاذا عظم معلوم کرنے کے طریقے ہیں = _____
2. ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے طریقے ہیں = _____
3. ذواضعاف اقل $\times$ _____ = ذوالجبری جملوں کا حاصل ضرب
4. ذوالجبری جملوں کا حاصل ضرب _____ = ذواضعاف اقل
5. ذوالجبری جملوں کا حاصل ضرب _____ = عاذا عظم
6. عاذا عظم $\times$ ذواضعاف اقل _____ = پہلا جملہ
7. $4x^2 - 1$, $2x^2 + 3x + 1$ کا عاذا عظم ہے _____
8. $x^2 - 4$, $x^3 + 8$ کا عاذا عظم ہے _____
9. $4x^2y^4$, $2x^3y^3$ کا عاذا عظم ہے _____
10. $2xyz$, $3x^2y^2$ کا ذواضعاف اقل ہے _____

خلاصہ

عاذا عظم:

ذواضعاف اقل سے زیادہ الجبری جملوں کا عاذا عظم زیادہ سے زیادہ درجہ کا جملہ ہوتا ہے جو ان تمام جملوں کو تقسیم کرتا ہے۔

ذواضعاف اقل:

ذواضعاف اقل سے کم درجہ کا جملہ ہوتا ہے جو ان تمام جملوں سے بغیر ”باقی بچا“ کے پورا پورا تقسیم ہوتا ہے۔