یونٹ 10

INTRODUCTION TO COORDINATE GEOMETRY

محدداتی جیومیٹری کا تعارف

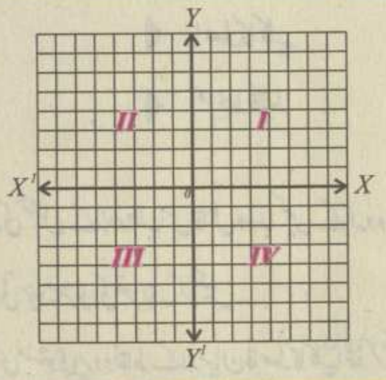
- محدداتی جیومیٹری کا تعارف
- فاصلہ کا کلیہ
- ہم خط نقاط

اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ:

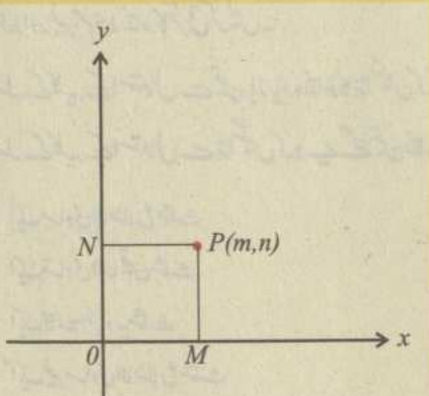
- محدداتی جیومیٹری کی تعریف کر سکیں۔
- کارتیسی مستوی پر دو نقاط کے درمیان فاصلہ کا کلیہ اخذ کر سکیں۔
- فاصلہ کے کلیہ کے استعمال سے دو نقاط کے درمیان فاصلہ معلوم کر سکیں۔
- ہم خط نقاط کی تعریف کر سکیں۔
- ہم خط اور غیر ہم خط نقاط کا فرق کر لیں۔
- فاصلہ کے کلیہ کے استعمال سے تین یا زیادہ نقاط کا بتا سکیں کہ آیا وہ ہم خط ہیں یا نہیں۔
- فاصلہ کے کلیہ کے استعمال سے بتا سکیں کہ دیے گئے تین نقاط سے بنتی ہے۔
  - ایک مساوی الاضلاع مثلث
  - ایک متساوی الساقین مثلث
  - ایک قائمۃ الزاویہ مثلث
  - ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث

10.1 فاصلہ کا کلیہ DISTANCE FORMULA

سترہویں صدی میں فرانسیسی ریاضی دان ڈسکارٹ نے ایک مستوی کا تصور پیش کیا۔ لامحدود نقاط کا سیٹ کارتیسی مستوی کہلاتی ہے۔ مستوی کا ہر نقطہ اعداد کے ایک جوڑے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان اعداد کی قیمت مستوی میں دو ایک دوسرے کے عمود اُمتقاطع خطوط کی مناسبت سے لی جاتی ہے۔ اِن کا نقطہ تقاطع ان خطوط کا مبداء کہلاتا ہے۔



مستوی کارتیسی مستوی کہلاتی ہے اور محوروں میں ایک افقی محدد $(\overline{XOX'})$ اور دوسرا عمودی محور $(\overline{YOY'})$ کہلاتا ہے۔ یا x– محور اور y– محور کہلاتے ہیں۔ X اور Y محور عددی مستوی کو چار I, II, III, IV ربعوں میں تقسیم کرتے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔



اگر P مستوی کا نقطہ ہو اور P میں سے گزرتے ہوئے محوروں کے متوازی خطوط کھینچے جائیں تو یہ محوروں کو نقاط M اور N پر ملتے ہیں۔ x– محور پر نقطہ M کا محدد $M\ (m)$ جو کہ P کا x– محدد یا ایبسیسا (abscissa) کہلاتا ہے اور N کا y– محور پر محدد $Y, N(n)$ محدد یا آرڈینیٹ (Ordinate) کہلاتا ہے۔

مترتب جوڑے (m,n) کے اعداد P کے محددات کہلاتے ہیں۔ صرف m اور n عددی قیمتوں کی جگہ لیے گئے ہیں۔ چونکہ جوڑے میں پہلے x– محدد کی قیمت اور بعد میں y– محدد کی قیمت لکھی جاتی ہے۔ لہٰذا ایسا جوڑا مترتب جوڑا کہلاتا ہے یعنی کہ جوڑا $(3,2)$ اور $(2,3)$ برابر نہیں ہو سکتے۔

یاد رکھیے کہ:

(i) مستوی کا ہر نقطہ اعداد کے منفرد جوڑے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

(ii) اعداد کے ہر جوڑے سے مستوی کا منفرد نقطہ حاصل ہوتا ہے۔

چونکہ مبداء کے دائیں جانب افقی محور پر اور مبداء کے اوپر کی جانب عمودی محور پر اعداد کو مثبت لیا جاتا ہے۔

(i) لہٰذا I ربع میں واقع نقطہ کی یہ خاصیت ہوتی ہے کہ اس کے دونوں محددات مثبت ہوتے ہیں۔

(ii) II ربع میں واقع نقطہ کا ایبسیسا منفی اور آرڈینیٹ مثبت ہوتا ہے۔

(iii) III ربع میں واقع نقطہ کے دونوں محددات منفی ہوتے ہیں۔

(iv) IV ربع میں واقع نقطہ کا ایبسیسا مثبت اور آرڈینیٹ منفی ہوتا ہے۔

(v) محور پر واقع نقاط کسی بھی ربع میں شامل نہیں ہوتے۔

(vi) مثبت x– محور کے نقطہ کا ایبسیسا مثبت اور آرڈینیٹ کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(vii) منفی x– محور کے نقطہ کا ایبسیسا منفی اور آرڈینیٹ کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

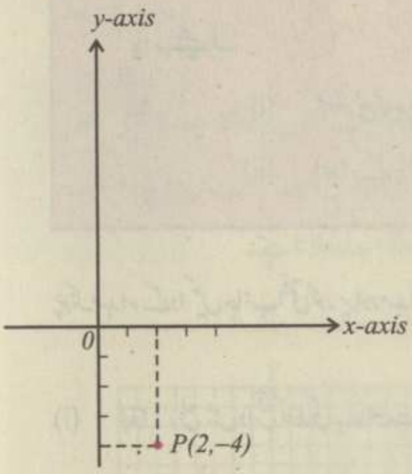
(viii) مثبت y– محور پر آرڈینیٹ مثبت جبکہ ایبسیسا کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(ix) منفی y- محور پر آرڈینیٹ منفی جبکہ ایبسیسا کی قیمت صفر ہوتی ہے۔

(x) مبداء کے محددات $(0,0)$ ہوتے ہیں۔

مثال 1:-

(2,-4) کو محددی مستوی پر ظاہر کریں۔

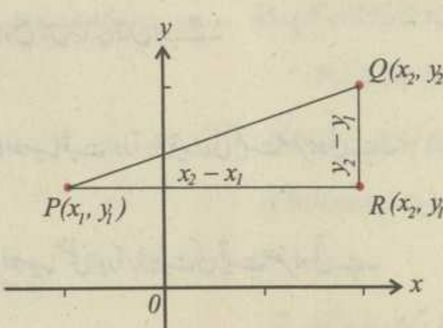


حل:

اس سوال میں ایبسیسا مثبت ہے۔ لہٰذا یہ مبداء کی دائیں طرف ظاہر ہوگا اور آرڈینیٹ منفی ہے جو کہ مبداء کی نچلی جانب ظاہر ہوگا۔ لہٰذا دیا گیا نقطہ P شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

10.1.2 دو نقاط کے درمیان فاصلہ Distance Between Two Points

نقاط $P(x_1, y_1)$ اور $Q(x_2, y_2)$ کو کارتیسی مستوی کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ قطعہ $\overline{PQ}$ کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم قائمۃ الزاویہ مثلث PQR کے لیے P سے $\overline{PR}$ متوازی x-محور اور Q سے $\overline{QR}$ متوازی y-محور خطوط کھینچتے ہیں۔ دونوں خطوط R پر ملتے ہیں۔



مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$$\left|\overline{PQ}\right|^2 = \left|\overline{PR}\right|^2 + \left|\overline{RQ}\right|^2$$

$$\overline{|PQ|}^2 = |(x_2 - x_1)|^2 + |(y_2 - y_1)|^2$$

$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

پس $\overline{|PQ|} = \pm \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

چونکہ ہم صرف قطعہ کی لمبائی میں دلچسپی رکھتے ہیں اور اس کی سمت سے غرض نہیں ہے لہٰذا ہم صرف اِس کی مثبت علامت رکھتے ہیں۔

لہٰذا دو نقاط $P(x_1, y_1)$ اور $Q(x_2, y_2)$ کے درمیان فاصلہ حاصل ہوتا ہے۔

$$d = \overline{|PQ|} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

10.1.3 فاصلے کے کلیہ کا استعمال Use of Distance Formula

مثال 1:-

درج ذیل راس کس قسم کے مثلث کے ہیں؟ $A(6,-2), B(1,-2), C(-2,2)$

حل:

دیے گئے نقاط $A(6,-2)$ ، $B(1,-2)$ اور $C(-2,2)$ ہیں۔ فاصلہ کا کلیہ لگانے سے:

$$\overline{|AB|} = \sqrt{(1-6)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{5^2 + 0} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{|AC|} = \sqrt{(-2-6)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\overline{|BC|} = \sqrt{(-2-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

چونکہ $\overline{|AB|} = \overline{|BC|} = 5$

پس مثلث ایک متساوی الساقین مثلث ہے۔

مثال 2:-

$A(2, 3)$ کا $P(x, y)$ سے فاصلہ، $P(x, y)$ سے $B(3, 4)$ کے فاصلہ کے دوگنا کے برابر ہو تو اس تعلق کو مساوات سے بیان کیجیے۔

حل:

بتایا گیا ہے کہ $A(2,3)$ ، $B(3,4)$ اور $P(x,y)$ جبکہ $P(x,y)$ کوئی سا نقطہ ہے۔ سوال کی شرط کے مطابق:

فاصلہ کا کلیہ استعمال کرتے ہوئے

$$\overline{|AP|} = 2\,\overline{|BP|}$$

$$\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2} = 2\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$$

دونوں طرف مربع اُٹھانے سے

$$(x-2)^2+(y-3)^2 = 4\left[(x-3)^2+(y-4)^2\right]$$

$$x^2-4x+4+y^2-6y+9 = 4\left[x^2-6x+9+y^2-8y+16\right]$$

$$x^2+y^2-4x-6y+13 = 4x^2+4y^2-24x-32y+100$$

$$3x^2+3y^2-20x-26y+87=0$$

مثال 3:-

مثلث کے راس $A(1,1)$ ، $B(5,5)$ اور $C(9,1)$ ہوں تو ثابت کریں کہ یہ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

حل:

چونکہ $A(1,1)$ ، $B(5,5)$ اور $C(9,1)$ ہیں۔ فاصلہ کا کلیہ استعمال کرتے ہوئے:

$$\overline{|AB|} = \sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$$

$$\overline{|AC|} = \sqrt{(9-1)^2+(1-1)^2} = \sqrt{8^2} = \sqrt{64}$$

$$\overline{|BC|} = \sqrt{(9-5)^2+(1-5)^2} = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$$

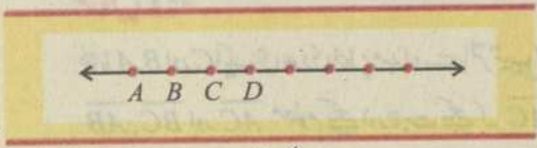
مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$\overline{|AB|}^2 + \overline{|BC|}^2 = 32 + 32 = 64 = \overline{|AC|}^2$$

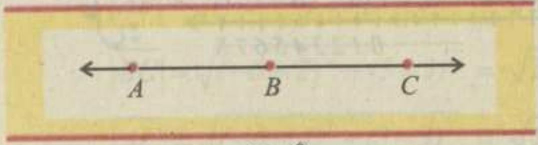
پس $\Delta\, ABC$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

10.2 ہم خط نقاط COLLINEAR POINTS

10.2.1 ہم خط نقاط



شکل (i)



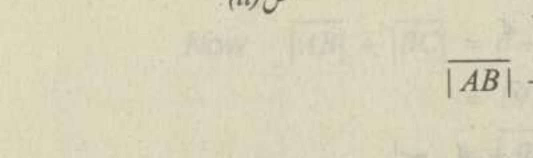
شکل (ii)

ہم خط نقاط ایسے نقاط ہوتے ہیں جو کہ ایسے نقاط کے سیٹ کے رکن ہوں جس سے خط مستقیم بنتا ہو۔

شکل (i) میں $A, B, C, D, ...$ ہم خط نقاط ہیں۔

اگر تین نقاط ہم خط ہوں تو ان میں سے ایک نقطہ باقی دو نقاط کے درمیان ہوگا شکل (ii) میں B ایسا نقطہ ہے جو نقاط A اور C کے درمیان واقع ہے۔ $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}|$

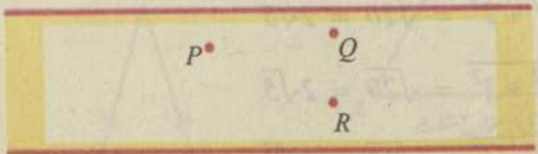
10.2.2 ہم خط اور غیر ہم خط نقاط Collinear and Non Collinear Points



ایک قطعہ خط، خط مستقیم کا ایک ایسا تحتی سیٹ ہوتا ہے جس میں اُس کے دونوں انتہائی نقاط اور دونوں نقاط کے درمیان لامحدود نقاط شامل ہوتے ہیں۔

شکل میں $\overline{CD}$ ایک قطعہ خط ہے جو کہ خط مستقیم AB (یا $\overleftrightarrow{AB}$) کا تحتی سیٹ ہے۔ نقاط C اور D خط مستقیم AB پر واقع ہے۔ لہٰذا ہم خط ہیں۔

تین یا تین سے زیادہ نقاط جو ایک ہی خط مستقیم پر واقع نہ ہوں غیر ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔



شکل میں نقاط P، Q، R غیر ہم نقاط ہیں۔

یاد رکھیے کہ:

شکل میں نقاط P، Q، R غیر ہم خط نقاط ہیں۔

(i) دو نقاط ہمیشہ ہم خط ہوتے ہیں۔

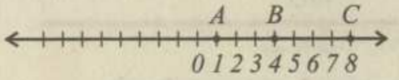
(ii) تین نقاط ہم خط بھی ہو سکتے ہیں اور نہیں بھی۔

10.2.3 تین نقاط کا ہم خط ہونا Collinearity of Three Points

مثال 1:-

نقاط B, A اور C ایک ہی عددی خط پر مبداء سے بالترتیب 1، 4، 8 یونٹ کے فاصلہ پر ہیں۔
$\overline{AB}, \overline{BC}$ اور $\overline{AC}$ معلوم کیجیے اور ثابت کیجیے کہ $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

حل:



$$|\overline{AB}| = 4 - 1$$
$$|\overline{AB}| = 3$$
$$|\overline{BC}| = 8 - 4 = 4$$
$$|\overline{AC}| = 8 - 1 = 7$$

اب $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 3 + 4$
$$= 7 = |\overline{AC}|$$

پس $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = |\overline{AC}|$

مثال 2:-

ثابت کیجیے کہ نقاط $A(1,4)$، $B(5,6)$ اور $C(9,8)$ ہم خط ہیں۔

حل: بتایا گیا ہے کہ $A(1,4)$، $B(5,6)$ اور $C(9,8)$

فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(5-1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$
$$|\overline{BC}| = \sqrt{(9-5)^2 + (8-6)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$
$$|\overline{AC}| = \sqrt{(9-1)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

اب $|\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$$= 4\sqrt{5}$$
$$= |\overline{AC}|$$

پس نقاط A، B اور C ہم خط ہیں۔

مثال 3:- ثابت کیجئے کہ نقاط $A(4,3)$، $B(-2,3)$ اور $C(-6,3)$ ہم خط ہیں۔

حل:

بتایا گیا ہے کہ $A(4,3)$، $B(-2,3)$ اور $C(-6,3)$ ہیں۔

فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(-2-4)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{36+0} = 6$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{(-6-2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{16+0} = 4$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{(-6-4)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{100} = 10$$

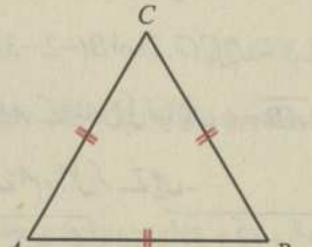
$$\text{Now} \quad |\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 6+4 = 10 = |\overline{AC}|$$

پس نقاط A، B اور C ہم خط ہیں۔

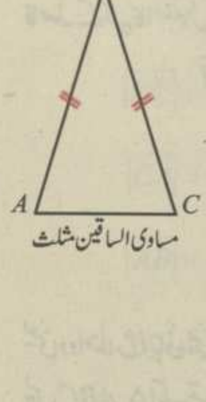
10.2.4 (غیر ہم خط نقاط) میں فاصلے کے کلیہ کا استعمال Use of Distance Formula (For Non Collinear Points)

ہم فاصلہ کے کلیہ کا استعمال کر کے فیصلہ کرتے ہیں کہ تین غیر ہم خط نقاط بناتے ہیں۔

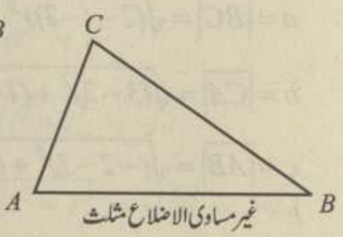
- ایک قائمۃ الزاویہ مثلث
- ایک متساوی الساقین مثلث
- ایک مساوی الاضلاع مثلث
- ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث



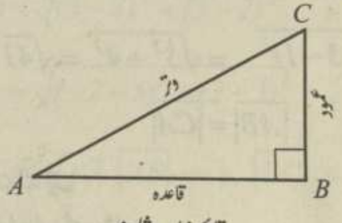
مساوی الاضلاع مثلث



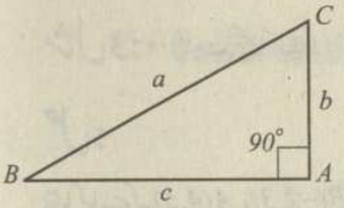
مساوی الساقین مثلث



غیر مساوی الاضلاع مثلث



قائمہ زاویہ مثلث



مثال 1:- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(-1,2)$ ، $B(7,5)$ اور $C(2,-6)$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔

حل:

دیا گیا ہے کہ فرض کریں کہ a, b, c مثلث ABC کے اضلاع $\overline{BC}$ ، $\overline{CA}$ اور $\overline{AB}$ کی بالترتیب لمبائیاں ہیں۔

فاصلہ کے فارمولا کا استعمال کرتے ہوئے $|\overline{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$a = |\overline{BC}| = \sqrt{(2-7)^2 + (-6-5)^2} = \sqrt{5^2 + 11^2} = \sqrt{146}$$

$$b = |\overline{CA}| = \sqrt{(2-(-1))^2 + (-6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}$$

$$c = |\overline{AB}| = \sqrt{(7-(-1))^2 + (+5-2)^2} = \sqrt{(8)^2 + (3)^2} = \sqrt{64+9} = \sqrt{73}$$

چونکہ $= c^2 + b^2$

$$= 73 + 73 = 146$$

$$= |\overline{BC}|^2$$

یعنی $m\angle A = 90°$ ، پس ΔABC ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

مثال 2:-

ثابت کیجیے کہ نقاط $A(3,1)$ ، $B(-2,-3)$ اور $C(2,2)$ ایک متساوی الساقین مثلث کے راس ہیں۔

حل: دیا گیا ہے کہ $A(3,1)$ ، $B(-2,-3)$ اور $C(2,2)$ ہیں۔

فرض کیا کہ مثلث ABC کے اضلاع کی لمبائیاں $\overline{AB} = c$ ، $\overline{BC} = a$ اور $\overline{CA} = b$ ہیں۔

فاصلہ کے کلیہ کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$a = |\overline{BC}| = \sqrt{(2-(-2))^2 + (2+3)^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$$

$$b = |\overline{CA}| = \sqrt{(3-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$c = |\overline{AB}| = \sqrt{(-2-3)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

$$|\overline{AB}| = |\overline{CA}|$$

$$\Rightarrow c = a = \sqrt{41}$$

یعنی دو اضلاع لمبائی میں برابر ہیں

پس ΔABC ایک متساوی الساقین مثلث ہے۔

مثال 3:-

ثابت کیجیے کہ نقاط $A(-3,0)$ ، $B(3,0)$ اور $C(0,3\sqrt{3})$ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔

حل: چونکہ $A(-3,0)$، $B(3,0)$ اور $C(0,3\sqrt{3})$ ہیں۔

فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

$$\overline{|AB|} = \sqrt{(-3-3)^2+(0-0)^2} = \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\overline{|BC|} = \sqrt{(3-0)^2+(0-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+27} = \sqrt{36} = 6$$

$$\overline{|AC|} = \sqrt{(-3-0)^2+(0-3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+27} = \sqrt{36} = 6$$

یہاں $\overline{|AB|} = \overline{|BC|} = \overline{|AC|} = 6$

یعنی مثلث ABC کے تینوں اضلاع لمبائی میں برابر ہیں۔

لہٰذا ΔABC ایک مساوی الاضلاع مثلث ہے۔

مثال 4:-

ثابت کیجیے کہ نقاط $A(5,3)$ ، $B(-2,2)$ اور $C(4,2)$ ایک مختلف الاضلاع مثلث کے ہیں۔

حل: $A(5,3)$، $B(-2,2)$ اور $C(4,2)$ ہیں۔

فرض کیا کہ ΔABC میں $\overline{BC}=a,\ \overline{CA}=b, \overline{AB}=c$ اضلاع کی لمبائیاں ہیں۔

فاصلہ کا کلیہ استعمال کرنے سے

$$\overline{|BC|}=a=\sqrt{(4+2)^2+(2-2)^2} = \sqrt{6^2} = 6$$

$$\overline{|CA|}=b=\sqrt{(5-4)^2+(3-2)^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\overline{|AB|}=c=\sqrt{(-2-5)^2+(2-3)^2} = \sqrt{7^2+1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

چونکہ $\overline{|AB|} = c,\ \overline{|BC|} = a,\ \overline{|CA|} = b$ تمام کی قیمتیں مختلف ہیں

پس ΔABC ایک مختلف الاضلاع مثلث ہے۔

مشق 10.1

1- محددی مستوی میں درج ذیل نقاط کو ظاہر کیجیے۔

(i) $(1,0)$　(ii) $(0,4)$　(iii) $(-2,4)$　(iv) $(3,6)$
(v) $(-4,0)$　(vi) $(-8,-8)$　(vii) $(7,-5)$　(viii) $(-8,10)$
(ix) $(0,-7)$　(x) $(8,-3)$

2- درج ذیل نقاط کے درمیان فاصلہ معلوم کیجیے۔

(i) $(2,1)$, $(-4,3)$　(ii) $(-1,3)$, $(-2,-1)$
(iii) $(7,-2)$, $(-2,3)$　(iv) $(a,-b)$, $(b,-a)$

3- اگر نقطہ $P(x,y)$ دو نقاط $A(2,4)$ اور $B(6,8)$ سے ہم فاصلہ ہو تو اس کو مساوات کی شکل میں لکھیے۔

4- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(5,4)$ ، $B(4,-3)$ اور $C(-2,5)$ نقطہ $D(1,1)$ سے ہم فاصلہ ہیں۔

5- ایسا نقطہ معلوم کیجیے جو $(2,4)$ اور $(6,8)$ سے یکساں فاصلہ پر اور x محور پر واقع ہو۔
(اشارہ: نقطہ $(x,0)$ لیجیے اور x کی قیمت معلوم کیجیے۔)

6- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(0,2)$ ، $B(3,-2)$ اور $C(0,-2)$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔

7- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(-1,1)$ ، $B(3,2)$ اور $C(7,3)$ کے ہم خط نقاط ہیں۔

8- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(6,1)$ ، $B(2,7)$ اور $C(-6,-7)$ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے راس ہیں۔

9- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(2,4)$ ، $B(6,2)$ اور $C(4,3)$ ہم خط نقاط ہیں۔

10- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(4,-2)$ ، $B(-2,4)$ اور $C(5,5)$ ایک متساوی الساقین مثلث کے راس ہیں۔

11- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(-2,11)$ ، $B(-6,-3)$ اور $C(4,-9)$ ایک غیر مساوی الاضلاع والی مثلث کے راس ہیں۔

12- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(6,1)$ ، $B(2,7)$ اور $C(-6,7)$ ایک غیر مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔

13- ثابت کیجیے کہ نقاط $A(0,-3)$ ، $B(0,7)$ اور $C(5\sqrt{3},2)$ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے راس ہیں۔

جائزہ مشق-10

I- صحیح جوابات کے گرد دائرہ لگایئے۔

1. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ کہلاتا ہے۔

(a) فاصلہ کا کلیہ (b) ہم خط نقاط
(c) غیر ہم خط نقاط (d) مساوی نقاط

2. کارتیسی مستوی میں ایک نقطہ کے منفرد مترتب جوڑے کا تعین کرتا ہے۔

(a) سیٹ (b) ایبسیسا (c) اعداد (d) آرڈینیٹ

3. ایک مستوی میں ہر مترتب جوڑے سے منسلک ہوتا ہے:

(a) ایک منفرد نقطہ (b) صفر (c) دو نقاط (d) چار نقاط

4. ایک ہی خط پر واقع نقاط کہلاتے ہیں:

(a) غیر ہم خط (b) ہم نقاط (c) مساوی (d) منطبق

5. ایسے نقاط جو ایک ہی خط پر نہ ہوں کہلاتے ہیں:

(a) غیر ہم خط (b) ہم خط (c) مساوی (d) صفر

6. محور پر موجود نقطہ کسی میں نہیں ہوتا:

(a) مستوی (b) خط (c) ربع (d) دائرہ

7. مبداء کے محددات ہوتے ہیں:

(a) 0 (b) $(1,0)$ (c) $(0,0)$ (d) $(0,1)$

8. منفی محور پر نقطہ کی منفی ہوتی ہے:

(a) ایبسیسا (b) آرڈینیٹ (c) قیمت (d) کسر

9. چوتھے ربع میں واقع نقطہ کے آرڈینیٹ کی قیمت ہوتی ہے:

(a) مثبت (b) منفی (c) صفر (d) 1

10. پہلے ربع میں واقع نقطہ کی یہ خصوصیت ہوتی ہے کہ اس کے محددات ہوتے ہیں:

(a) صفر (b) مثبت
(c) منفی (d) مثبت اور منفی دونوں

II- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

1. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ________________ کہلاتا ہے۔

2. کارتیسی مستوی میں ہر نقطہ کے مطابق اعداد کا ________________ ہوتا ہے۔

3. مستوی میں ہر مترتب جوڑے کے ساتھ ایک ________________ واسطہ ہوتا ہے۔

4. ایک ہی خط پر واقع نقاط ________________ کہلاتے ہیں۔

5. نقاط جو ایک ہی خط پر واقع نہ ہوں ________________ نقاط کہلاتے ہیں۔

6. محددوں پر موجود نقاط کسی ________________ میں واقع نہیں ہوتے۔

7. مبداء کے محددات ________________ ہوتے ہیں۔

8. منفی x- محور پر موجود کسی نقطہ کا ایبسیسا منفی ہوتا ہے اور اس کا آرڈینیٹ ________________ ہوتا ہے۔

9. چوتھے ربع میں واقع نقطہ کا ایبسیسا مثبت اور آرڈینیٹ ________________ ہوتا ہے۔

10. پہلے ربع میں واقع نقطہ کی یہ خصوصیت ہے کہ اس کے دونوں محددات ________________ ہوتے ہیں۔

خلاصہ SUMMARY

فاصلہ کا کلیہ: $d = |\overline{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

1- ایک مستوی میں کسی بھی نقطہ کے لیے اعداد کا مترتب جوڑا منفرد ہوتا ہے۔

2- نمبروں کے ہر مترتب جوڑے کو مستوی کے صرف ایک ہی نقطہ سے منسلک کیا جا سکتا ہے۔

ہم خط نقاط: ایک ہی خط پر واقع نقاط ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

غیر ہم خط نقاط: ایسے نقاط جو ایک ہی خط پر واقع نہ ہوں غیر ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

جوابات

مشق 1.1

1- 9,8 2- −11 3- 9 4- 11,71 5- 1,0 6- 18.86 7- 804.57 8- 25,1

9- $\frac{2y}{3x^2}$ 10- $\frac{25a}{14b^2}$ 11- $\frac{4a^3b^3}{5a^2+3b}$ 12- $\frac{2m}{3x^5-4m^2x^3}$ 13- $\frac{5}{c+d}$

14- $\frac{x+y}{-3}$ 15- $\frac{2x^3+x^2y-xy^2}{x^3-x^2y+xy^2-y^3}$ 16- $\frac{4x^3-6x^2-4x}{x^3+2x^2-x-2}$ 17- $\frac{3x-1}{x^3-7x-6}$

18- $\frac{2x-3y}{2x+3y}$ 19- $\frac{x-2y}{x^2-y^2}$ 20- $\frac{x-2y}{xy-y^2}$ 21- $\frac{2}{x-1}$

22- $\frac{37x+1}{x^2-12x+27}$ 23- $\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x}$ 24- $\frac{-(x+6)}{x+1}$ 25- $\frac{x^3+x^2+20x}{x^2+4x-5}$

26- $\frac{3x+4}{2x+1}$ 27- $\frac{4x^3-x}{2x^2-1}$ 28- $\frac{x}{x^3-2x^2+2x-1}$ 29- $\frac{x}{3x-9}$

30- x 31- 1 32- $x-1$

مشق 1.2

1- $2x^2+8y^2$ 2- $50x^2+18y^2$ 3- $24\ell m$ 4- ℓ^8-m^8 5- $a^3b^3-\frac{1}{a^3b^3}-3ab+\frac{3}{ab}$

6- $4x^2+9y^2+4+12xy+12y+8x$ 7- $8p^3+12p^2q+6pq^2+q^3$

8- $9p^2+q^2+r^2+6pq+2qr+6pr$ 9- $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

10- $(x+y-1)(x^2+y^2+2xy+x+y+1)$ 11- $(x-y+4)(x^2+y^2-2xy-4x+4y+16)$

12- $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$ 13- $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$

14- $(2a+b)(2a-b)(4a^2-2ab+b^2)(4a^2+2ab+b^2)$ 15- 4 17- 17,4 18- 14

19- 133 20- 118 21- 20 22- 46

جوابات

مشق 1.3

1- (i) $\frac{\sqrt{5}}{5}$, (ii) $\frac{7\sqrt{6}}{3}$, (iii) $\frac{\sqrt{42}}{7}$ 2- (i) $3\sqrt{2}$, (ii) $35\sqrt{2}$, (iii) $4\sqrt{15}-6\sqrt{6}-2\sqrt{10}+6$

(iv) $30-6\sqrt{5}+5\sqrt{2}-\sqrt{10}$ (v) $5\sqrt{3}-\sqrt{15}-10+2\sqrt{5}$ (vi) $35+7\sqrt{2}+5\sqrt{3}+\sqrt{6}$

3- (i) $2-\sqrt{3}$ (ii) $\frac{4+\sqrt{5}}{11}$ (iii) $2\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$ (iv) $\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$

(v) $\frac{105-10\sqrt{7}}{59}$ (vi) $5+2\sqrt{6}$ (vii) $\frac{29(11-3\sqrt{5})}{76}$ (viii) $\frac{3\sqrt{7}-2\sqrt{3}}{3}$

4- (i) $2\sqrt{5}$ (ii) 18 5- (i) $2\sqrt{3}$ (ii) 14 6- (i) $-2\sqrt{2}$ (ii) 10

7- (i) $\frac{24-6\sqrt{2}}{7}$ (ii) $\left(\frac{-18+8\sqrt{2}}{7}\right)$ 8- (i) 40 (ii) 36

9- (i) $\frac{2b^2-a^2+2b\sqrt{b^2-a^2}}{a^2}$ (ii) $\frac{a-\sqrt{a^2-9}}{3}$

جائزہ مشق 1

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- b 2- b 3- d 4- c 5- d 6- a 7- d 8- b 9- c 10- a

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- ناطق اعداد 2- ناطق جملہ 3- $4ab$ 4- $2(a^2+b^2)$

5- $(a+b)^3$ 6- $(a-b)^3$ 7- a^3-b^3 8- a^3+b^3 9- مقادیر اسم 10- 2

مشق 2.1

1- $(x+y)(3a-7b)$ 2- $(a-x)(x+y)$ 3- $(a-3)(a^2+1)$

4- $(x-1)(x^2+x-y)$ 5- $(x+2y)(3a-4b)$ 6- $(a-b)(2a+c)$

7- $(a-b)(a+c)$ 8- $(4-a^3)(2-a)$ 9- $(4x-3a)^2$

10- $(1-7x)^2$ 11- $5(2x-1)^2$ 12- $2ab(a-b)^2$

13- $(x+\frac{1}{2})^2$ 14- $(x-\frac{1}{x})^2$ 15- $5x(x-3)^2$ 16- $(a+b)(a+b+2c)$

جوابات

مشق 2.2

1- $(x+y+a)\ (x+y-a)$

2- $(2a-b-3c)\ (2a+b-3c)$

3- $(x+3a+4b)\ (x+3a-4b)$

4- $(y+x-c)\ (y-x+c)$

5- $(x+y+2xy)\ (x+y-2xy)$

6- $(a-2b-3ac)\ (a-2b+3ac)$

7- $(x-y-a+b)\ (x-y+a-b)$

8- $(y^2+2y+2)\ (y^2-2y+2)$

9- $(z^2+8y^2-4yz)\ (z^2+8y^2+4yz)$

10- $(x^3-6x+18)\ (x^3+6x+18)$

11- $(z^2-3z+4)\ (z^2+3z+4)$

12- $(2x-y)(x-y)(2x+y)(x+y)$

مشق 2.3

1- $(x+4)\ (x+5)$

2- $(x-2)\ (x+7)$

3- $(x-1)\ (x+6)$

4- $(x-3)\ (x-4)$

5- $(x-13)\ (x+12)$

6- $(x-2)\ (x+1)$

7- $(x-15)\ (x+6)$

8- $(a-17)\ (a+5)$

9- $(7-x)\ (x+14)$

10- $(y-19)\ (y+8)$

11- $(x+1)\ (2x+1)$

12- $(x+1)\ (3x+2)$

13- $(x-1)\ (2x+1)$

14- $(2x+3)\ (3x-1)$

15- $(x+2)\ (1-2x)$

16- $(2-x)\ (4+5x)$

17- $(u-2)\ (3u-4)$

18- $(2x-3)\ (5x+4)$

19- $(x-6)\ (5x-2)$

20- $(4x-\sqrt{3})\ (\sqrt{3}x+2)$

مشق 2.4

1- $(2x-y)\ (4x^2+2xy+y^2)$

2- $(3x+1)\ (9x^2-3x+1)$

3- $(1-7x)\ (1+7x+49x^2)$

4- $(ab+8)\ (a^2b^2-8ab+64)$

5- $(3-10y)\ (9+30y+100y^2)$

6- $(3x-4y)\ (9x^2+12xy+16y^2)$

7- $(xy+z)\ (x^2y^2-xyz+z^2)$

8- $(6p-7)\ (36p^2+42p+49)$

9- $(2x-\frac{1}{3})\ (4x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9})$

10- $(a+b)\left[a^2-ab+b^2+1\right]$

11- $(a-b)\left[1-(a^2+ab+b^2)\right]$

12- $x(1-2y)\ (1+2y+4y^2)$

13- $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

14- $(1-\frac{4p}{q})(1+\frac{4p}{q}+\frac{16p^2}{q^2})$ 15- $(1+4u)(1-4u+16u^2)$

16- $(2x+3y)(4x^2+9y^2-6xy-3)$ 17- $(z+5)(z^2-5z+25)$

18- $(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^6-x^3y^3+y^6)$

19- $(m+n)(m-n)(m^2+mn+n^2)(m^2-mn+n^2)$

20- $x(2x-a)(2x+a)(4x^2+2ax+a^2)(4x^2-2ax+a^2)$

21- $(x-3a)(x^2+3ax+9a^2)$ 22- $(x+3a)(x^2-3ax+9a^2)$

مشق 2.5

1- 3 2- −6 3- −47 4- 0 5- −84 6- جزوضربی ہے 7- جزوضربی ہے 8- نہیں ہے

9- نہیں ہے 10- جزوضربی ہے 11- نہیں ہے 12- جزوضربی ہے 13- جزوضربی ہے 14- نہیں ہے 15- نہیں ہے 16- جزوضربی ہے

17- جزوضربی ہے 18- نہیں ہے 19- $k = 1$ 20- $k = 1$

جائزہ مشق 2

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگایئے۔

1- *b* 2- *c* 3- *d* 4- *a* 5- *c* 6- *b* 7- *a* 8- *a* 9- *a* 10- *a*

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- ایک 2- دو 3- تین 4- $(x-3)(x+3)$ 5- $(x+1)(x+3)$

6- $(x+2)(x^2-2x+4)$ 7- $(x-2)(x^2+2x+4)$ 8- 3 9- 11 10- 0

مشق 3.1

1- ab 2- $3qr$ 3- $4xy^2z^2$ 4- $7ab$ 5- $3x^2y^2$

6- $2abc$ 7- $x+4$ 8- x^2-y^2 9- $t+3$ 10- $x-2$

11- $1+x$ 12- $x-2$ 13- $x+1$ 14- $x(x+3)$ 15- $5abc$

مشق 3.2

1- x^2+x-1 2- $2x^2-3x+2$ 3- $2(x-1)$ 4- $x(x+3)$ 5- $(x+1)^2(x-1)$ 6- $(x-2)$

7- $(x-1)$ 8- $(3x-5)$ 9- $(2x+1)$ 10- $(x+3)$

مشق 3.3

1- $420a^4x^4y^4$ 2- $15a^4b^3c^5$ 3- $12abc$ 4- $x^2y^2z^2$

5- $p^2q^2(p-q)(p+q)(p^2+pq+q^2)$ 6- $(x+4)(x-4)(x^2-4x+16)$

7- $(x-2)(x+3)(x+1)(x-1)$ 8- $(y+3)(y-2)(y+3)(y-3)$

9- $(1+y)(1-y)(1-2y)(y^2-y+1)$ 10- $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)$

11- $(x+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)^2$

12- $(x+y)(x^2+y^2)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$ 13- $(2x+3)(x+1)^2(x+3)$

14- $x^2(x+3)(x-2)(x-3)$ 15- $(x+y)^2(x+2y)^2$

مشق 3.4

1- x^2+1 ; x^4-1 2- $(x^2-4),(x-3)(x^3-x^2-4x+4)$ 3- $2x^2+1$; $2x^4-x^2-1$

4- $2x^2-3x-2, (3x-1)(8x^4-6x^3-15x^2-9x-2)$

5- $(3x^2+8x-3);(2x^2-3x+1)(3x^4+17x^3+27x^2+7x-6)$

6- $(x^2+2x-3);(2x^2-x-5)(2x^4+x^3-20x^2-7x+24)$

7- (x^3-1) ; $(x-1)(x^4+x^3-x-1)$ 8- $(x+1)$; $(x^3+1)(x^4+x^3-x-1)$

9- $x^2-12x+35$ 10- $(6x^2+x-2)$ 11- $x+4$ 12- $x-1$ 13- $x^3-9x^2+26x-24$

14- $x^3-7x^2+16x-12$ 15- $x^4+8x^3+11x^2-32x-60$ 16- x^5-x^4-2x+4

مشق 3.5

1- $\frac{2(2a+1)}{a(a+1)(a+2)}$ 2- $\frac{2ax+x-3a-6a^2}{(x-2a)(x-3a)}$ 3- $2+a^4$ 4- $\frac{1}{x^4+x^2+1}$

5- $\frac{2b^2(a-c)}{(a+b)(b+c)}$ 6- $\frac{6x^3}{x^6-1}$ 7- $\frac{2a^3}{a^2-b^2}$ 8- 1 9- 1 10- 1

11- $\frac{a}{a-b}$ 12- $\frac{a+1}{a+2}$

مشق 3.6

1- $\pm(4x+3y)$ 2- $\pm(x-3)(x-4)(x-5)$ 3- $\pm(x+1)(x+7)(2x-3)$ 4- $\pm(x^2+6x+4)$

5- $\pm(4x^2+16x+11)$ 6- $\pm(x+\frac{1}{x}-5)$ 7- $\pm(t+\frac{1}{t}-2)$ 8- $\pm(x^2+\frac{1}{x^2}-2)$

9- $\pm(2x^2+3x+4)$ 10- $\pm\left(\frac{3x}{2y}-\frac{1}{2}-\frac{2y}{3x}\right)$ 11- $x=8$ 12- $\ell=4$, $m=10$

جائزہ مشق 3

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- *a* 2- *c* 3- *c* 4- *a* 5- *b* 6- *a* 7- *c* 8- *c* 9- *a* 10- *a*

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- ,, 2- ,, 3- *H.C.F* 4- *L.C.M* 5- *H.C.F* 6- دوسرا جملہ

7- $2x+1$ 8- $x+2$ 9- $2x^2y^3$ 10- $6x^2y^2z$

مشق 4.1

1- (*i*) 8, (*ii*) 80, (*iii*) 11, (*iv*) 2 2- $\frac{5}{2}$ 3- 2 4- -7 5- -2

6- 3 7- 4 8- 4 9- 3 10- {4} 11- {9} 12- {18} 13- {8}

14- { } 15- { } 16- {13, 5} 17- {8} 18- {13} 19- {101} 20- {15}

مشق 4.2

1- ± 9 2- $-1, 7$ 3- $-6, 4$ 4- $-1, 4$ 5- $\frac{5}{3}, \frac{-13}{3}$ 6- $x<7$

7- $x>-3$ 8- $x<-1$ 9- $x<-10$ 10- $x>-\frac{17}{9}$ 11- $x<-21$

12- $x>-12\frac{5}{7}$ 13- $x\geq 6$ 14- $x\leq 1\frac{7}{18}$ 15- $x\geq 1\frac{1}{2}$ 16- $x\geq 0$

جائزہ مشق 4

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- a 2- c 3- c 4- c 5- c 6- a 7- c 8- a

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- $>$ 2- $>$ 3- $<$ 4- $<$ 5- $>$ 6- $>$ 7- $>$ 8- $<$

9- $<$ 10- $<$ 11- $<$ 12- $>$

مشق 5.1

1- $-2,6$ 2- $1,5$ 3- $-8,1$ 4- $2,3$ 5- $2,\frac{4}{3}$ 6- $-8,\frac{1}{2}$ 7- $3,-4$

8- $3,-\frac{1}{3}$ 9- $2,-\frac{1}{2}$ 10- $2,\frac{-4}{5}$ 11- $2,\frac{-3}{2}$ 12- $\frac{-1}{2},\frac{4}{5}$ 13- $1,\frac{-1}{2}$

14- $5\pm 2\sqrt{7}$ 15- $3\pm 2\sqrt{3}$ 16- $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 17- $-3\pm 2\sqrt{3}$ 18- $\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

19- $\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$ 20- $\frac{-5\pm\sqrt{73}}{6}$ 21- $\frac{-m\pm\sqrt{m^2-4n}}{2}$ 22- $\frac{3\pm 4\sqrt{15}}{11}$ 23- $-2\pm\sqrt{17}$

24- $\frac{10\pm 4\sqrt{15}}{5}$ 25- $\{13,-2\}$

مشق 5.2

1- $2,3$ 2- $\frac{3}{4},\frac{1}{2}$ 3- $-1,\frac{2}{3}$ 4- $-1,\frac{3}{2}$ 5- $-5,3$ 6- $3,\frac{-7}{2}$ 7- $\pm\sqrt{10}$

8- $\pm 2\sqrt{6}$ 9- ± 8 10- $\frac{5}{3}$ 11- $0,-5$ 12- $5,\frac{1}{3}$

مشق 5.3

1- 5,7   2- 8,10   3- 9,18   4- 5   5- 5,6   6- 12,13   7- 7,9

8- 4,8 یا 8,4

جائزہ مشق 5

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگایئے۔

1- *a*   2- *b*   3- *b*   4- *a*   5- *c*   6- *c*   7- *c*   8- *c*   9- *b*   10- *b*

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- دودرجی   2- کواڈریٹک فارمولا   3- $x(2x-3)$ 4- $\{-1, 3\}$ 5- تین

6- کواڈریٹک فارمولا   7- $\{2, 3\}$ 8- $\{\pm 3\}$ 9- $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ 10- $\{\pm 1\}$

مشق 6.1

1- $2-by-2, 3-by-1, 3-by-2$ 2- $2-by-2, 3-by-3, 1-by-3$

3- 5   4- $B=F,\ G=J,\ H=K,\ C=E,\ A=D$

مشق 6.2

1- قطاری قالب $= A, H$ کالمی قالب $= C, H$ مربعی قالب $=$ B.D.E.F.*H*   مستطیلی قالب $= A, C, G$

2- وتری قالب $= A, C, F.$ سکیلر قالب $= B, E, G.$ ضربی ذاتی قالب $= D$

3- $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & c \\ -b & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} l & p & a \\ m & q & b \\ n & r & c \end{bmatrix}$ 4- A, C 5- A, C, E 6- C 7- A

مشق 6.3

1- (*i*) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 3 & 8 & 11 \\ 5 & 13 & 1 \end{bmatrix}$ (*ii*) $\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ (*iii*) $\begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & -5 & -5 \end{bmatrix}$ (*iv*) $\begin{bmatrix} 4 & 9 & 23 \\ 8 & 19 & 28 \\ 11 & 30 & 0 \end{bmatrix}$

(*v*) $\begin{bmatrix} 6 & 5 & -8 \\ -5 & 3 & -9 \\ 8 & 11 & 17 \end{bmatrix}$ (*vi*) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -6 \\ -3 & -1 & -7 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ 2- $-A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}, -B = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & -3 \\ -4 & -\sqrt{3} \end{bmatrix},$

$-C=\begin{bmatrix}-1\\7\\-4\end{bmatrix}, -D=\begin{bmatrix}-1&0&2\\0&-3&-4\\-2&1&3\end{bmatrix}, -E=[-2\ -5\ 3]$ **4-** $-1, 2$ **6-** $X=\begin{bmatrix}2&1\\-\frac{4}{3}&2\end{bmatrix}$

7- $a=2, b=-4, c=4, d=3, e=4, f=2$ **8-** $w=-1, x=1, y=7, z=-8$

9- $\begin{bmatrix}-a&-b\\-c&-d\end{bmatrix}$

مشق 6.4

9- $[12\ \ 13]$ **10-** $\begin{bmatrix}5\\-3\end{bmatrix}$ **11-** $\begin{bmatrix}2&4\\1&-5\end{bmatrix}$ **12-** $\begin{bmatrix}1&-9\\-3&17\end{bmatrix}$

13- $\begin{bmatrix}10&1\\-2&10\end{bmatrix}$ **14-** $\begin{bmatrix}10&-14\\15&3\end{bmatrix}$ **15-** $a=\frac{10}{7}, b=0$

مشق 6.5

1- $(i)\ uy-vx$ $(ii)\ -13$ $(iii)\ 0$ $(iv)\ \frac{13}{64}$

2- (i) نادر (ii) غیر نادر (iii) غیر نادر

3- (i) $\begin{bmatrix}3&-2\\-1&1\end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix}3&-1\\-5&2\end{bmatrix}$ (iii) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0\\\frac{1}{6}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$ (iv) معکوس ناقابل حل ہے

(v) $\begin{bmatrix}4&-\frac{3}{2}\\-1&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ (vi) $\begin{bmatrix}-1&0\\0&-1\end{bmatrix}$ (vii) $\begin{bmatrix}\frac{3}{5}&\frac{4}{5}\\\frac{-4}{5}&\frac{3}{5}\end{bmatrix}$ **4-** $M^{-1}=\begin{bmatrix}-2&1\\\frac{3}{2}&\frac{-1}{2}\end{bmatrix}$

مشق 6.6

1- $\frac{-9}{2}$ **2-** $(i)\ (3,1)$ $(ii)\ \left(\frac{7}{3},\frac{3}{2}\right)$ $(iii)\ \left(\frac{-1}{2},\frac{2}{5}\right)$ $(iv)\ (-1,5)$ $(v)\ (0,2)$ $(vi)\ (-2,6)$

3- $(3,-1)$ **4-** $(i)(-1,2)$ $(ii)(1,-1)$ $(iii)(4,-1)$ (iv) ناقابل حل $(v)(2,-1)$ $(vi)\left(\frac{31}{21},\frac{59}{21}\right)$

5- $(i)\ 2x-y=2, 5x+2y=4$ $(ii)\ -5x+2y=2, 2x-3y=-1$

$(iii)\ -4x+y=1, 5x+4y=-1$ $(iv)\ 0.8x-0.6y=1,\ 0.6x+0.8y=2$

جوابات

جائزہ مشق 6

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- a 2- a 3- a 4- c 5- a 6- c 7- b 8- c 9- c 10- c

II- خالی جگہ پُر کریں۔

1- مرتبہ 2- قطاری قالب 3- ہم مرتبہ 4- برابر 5- مساوی

6- 1 7- خاصیت تلازم 8- غیر تشاکل 9- $B^t A^t$ 10- $B^{-1}A^{-1}$

مشق 7.1

1- (i) 130° (ii) 115° (iii) 42° (iv) 30° (v) 108° (vi) 20° 2- $105^\circ, 75^\circ$ 3- 70°

4- $0^\circ, 100^\circ$ 5- $70^\circ, 30^\circ$ 6- $x = 60^\circ$ 7- (i) $a = 40^\circ$

(ii) $c = 35^\circ, d = 145^\circ$ (iii) $e = 29^\circ, f = 151^\circ$ (iv) $b = 135^\circ$

(v) $q = 77^\circ, P = 103^\circ, r = 103^\circ$ (vi) $j = 30^\circ, k = 150^\circ, l = 30^\circ$

(vii) $g = 140^\circ, h = 40^\circ, i = 140^\circ$ (viii) $k = 138^\circ$ (ix) $P = 58^\circ, M = 122^\circ, N = 122^\circ$

(x) $a = 158^\circ, b = 112^\circ$

مشق 7.2

1- (a) $(\angle 1, \angle 2), (\angle 3, \angle 4)$ (b) $(\angle 1, \angle 6), (\angle 3, \angle 8), (\angle 2, \angle 7), (\angle 5, \angle 4)$ (c) کوئی نہیں

(d) $(\angle 1, \angle 8), (\angle 1, \angle 4), (\angle 4, \angle 7), (\angle 7, \angle 8), (\angle 5, \angle 6), (\angle 5, \angle 2), (\angle 2, \angle 3), (\angle 3, \angle 6)$,

(e) $(\angle 1, \angle 7), (\angle 4, \angle 8), (\angle 5, \angle 3), (\angle 2, \angle 6)$

2- (a) $(\angle l, \angle n), (\angle m, \angle r)$ (b) $(\angle p, \angle n), (\angle m, \angle s), (\angle q, \angle r), (\angle l, \angle t)$ (c) کوئی نہیں

(d) $(\angle p, \angle m), (\angle p, \angle v), (\angle v, \angle \ell), (\angle \ell, \angle m), (\angle n, \angle r), (\angle r, \angle t), (\angle t, \angle s)$

(e) $(\angle p, \angle \ell), (\angle m, \angle q), (\angle n, \angle t), (\angle s, \angle r)$

مشق 7.3

1- جی ہاں ، نہیں ، جی ہاں 2- جی ہاں 3- جی ہاں 4- 10cm, 12cm, 14cm, 16cm, 18cm

5- 6cm, 12cm, 18cm, 6- 15cm, 21cm, 9cm, 12cm, 1:3

7- $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{EF}$ $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$ 8- جی نہیں 9- جی ہاں

مشق 7.4

1- (a) (i) $\overline{AB} \cong \overline{FD}$ (ii) $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ (iii) $\overline{AC} \cong \overline{FE}$ (iv) $\angle A \cong \angle F$ (v) $\angle B \cong \angle D$ (vi) $\angle C \cong \angle E$

(b) $\angle R$ (c) $\overline{EF}$ (d) ض زض ≅ ض زض (e) زض ز ≅ زض ز

2- (i) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ by ض ض ض ≅ ض ض ض (ii) $\Delta XYZ \cong \Delta DFE$ by ض ض ز ≅ ض ض ز

(iii) $\Delta ABC \cong \Delta CDA$, by زض ز ≅ زض ز (iv) $\Delta PQT \cong \Delta SRT$ by ض زض ≅ ض زض

3- $\overline{AD}\cong\overline{DA}$, $\overline{DB}\cong\overline{AC}$, $\overline{AB}\cong\overline{DC}$, $\angle BAD \cong \angle CDA$, $\angle ADB \cong \angle DAC$, $\angle ABD\cong\angle DCA$,
$m\angle ADB = 40^{o}$ ، ض ض ض ≅ ض ض ض

4- (i) متشاکل مثلثیں (ii) متماثل متوازی الاضلاع (iii) متشاکل مثلثیں

5- $\overline{MN}\Leftrightarrow\overline{PQ}$, $\overline{NO}\Leftrightarrow\overline{QR}$, $\overline{PR}\Leftrightarrow\overline{MO}$, $\angle 1 \Leftrightarrow \angle 4$

مشق 7.5

(i) مستطیل (ii) مربع (iii) چوکور (iv) تنصیف (v) متماثل

مشق 7.6

(i) دائرہ (ii) رداس (iii) وتر (iv) قطر (v) نصف دائرہ
(vi) قوس کبیرہ (vii) رداس (viii) دائروی قطعہ (ix) خط قاطع (x) قائمہ زاویہ

جائزہ مشق 7

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- a 2- c 3- b 4- b 5- a 6- c 7- a 8- c 9- c 10- c

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- متصل 2- سپلیمنٹری 3- منفرجہ 4- راس 5- 180^{o} 6- آپس میں
7- متماثل 8- مختلف الاضلاع مثلث 9- قطر 10- قائمہ

جائزہ مشق 8

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- c 2- c 3- c 4- c 5- a 6- a 7- a 8- c 9- c 10- a

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- ہم نقطہ 2- ہم نقطہ 3- ہم نقطہ 4- ہم نقطہ 5- ارتفاع
6- وسطانیہ 7- زاویہ کا ناصف 8- تین 9- تین 10- تین

مشق 9.1

1- (i) 5 (ii) 12 (iii) $4\sqrt{231}$ 3- $\sqrt{2}l$ 4- $8\sqrt{2}$

5- (i) قائمۃ الزاویہ مثلث (ii) غیر قائمۃ الزاویہ Δ (iii) قائمۃ الزاویہ Δ 6- 15 سینٹی میٹر 7- 7 سینٹی میٹر 8- 8 میٹر 9- $25\sqrt{2}$

جوابات

مشق 9.2

1- 20 چکر　　2- 24000 چکر　　3- 223 روپے　　4- 645.50 میٹر　　5- 1 منٹ 54 سیکنڈ

6- $98\ cm^2$　　7- (i) $8967cm^2$　(ii) $16.8m^2$　　8- $9000m^2$　　9- $16\sqrt{100}\ cm^2$

10- (i) $44cm^2$　(ii) $0.5m^2$　(iii) $401.14\ mm^2$　　11- $154m^2$　　12- $16\sqrt{3}m^2$　　13- $9\sqrt{3}cm^2$

14- $210cm^2$　　15- $7cm$, $21cm$　　16- $1666.67cm$　　17- $72cm$　　18- $3600cm^2$　　19- $4cm$

مشق 9.3

1- $64cm^3$　　2- $64cm^3$　　3- $24m^3$　　4- $502.86cm^3$　　5- $94.3cm^3$　　6- $113.1cm^3$

7- $127.3cm^3$　　8- $339.4cm^3$

جائزہ مشق 9

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- a　2- c　3- c　4- a　5- d　6- c　7- a　8- c　9- c

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- مسئلہ فیثا غورث　　2- رقبہ　　3- $\frac{1}{2}\times$ قاعدہ $\times$ ارتفاع　　4- $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

5- $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$　　6- $l\times b$　　7- πr^2　　8- l^3　　9- $l\times b\times h$　　10- $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

مشق 10.1

1- (i) $\overrightarrow{OX}$ پر　　(ii) $\overrightarrow{OY}$ پر　　(iii) ربع II میں　　(iv) ربع I میں　　(v) $\overrightarrow{OX}$ پر

(vi) ربع III میں　　(vii) ربع IV میں　　(viii) ربع II میں　　(ix) $\overrightarrow{OY}$ پر　　(x) ربع IV میں

2- (i) $2\sqrt{10}$　(ii) $\sqrt{17}$　(iii) $\sqrt{106}$　(iv) $(a-b)\sqrt{2}$　　3- $x+y-10=0$

5- $(10,0)$

جائزہ مشق 10

I- درست جواب کے گرد دائرہ لگائیے۔

1- a　2- c　3- a　4- b　5- a　6- c　7- c　8- a　9- b　10- b

II- خالی جگہ پر کریں۔

1- فاصلے کا کلیہ　　2- منفرد　　3- منفرد　　4- ہم خط　　5- غیر ہم خط

6- ربع　　7- $(0,0)$　　8- صفر　　9- حقیقی　　10- مثبت

فرہنگ (تشریحات)

یونٹ 1: الجبری کلیے اور استعمالات:

کلیہ: جہاں کہیں ہمیں کوئی قیمت نکالنا مقصود ہوتی ہے ہم اس کے لیے قاعدہ کو کلیہ کی شکل میں لکھتے ہیں۔

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(a+b+c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab(a \pm b) \pm b^3$$

$$(x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2) = (x^3 \pm y^3)$$

مقادیر اصم: مقادیر اصم ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مقادیر اصم اصل: ایسی مقادیر اصم جس میں جذری رقم کا عددی سر '1' ہو، اصل مقادیر اصم کہلاتا ہے۔

مخلوط مقادیر اصم: ایسی مقادیر اصم جس میں '1' کے علاوہ کوئی ناطق جزو ضربی ہو اور دوسرا جزو ضربی غیر ناطق عدد ہو۔

مماثل مقادیر اصم: ایسی مقادیر اصم جن میں یکساں غیر ناطق عدد جزو ضربی ہوں، مماثل یا یکساں مقادیر اصم کہلاتی ہیں۔

غیر مماثل مقادیر اصم: ایسی مقادیر اصم جن میں غیر ناطق عدد مشترک جزو ضربی نہ ہو۔

جزو ناطق ساز: جب دو مقادیر اصم کا حاصل ضرب ایک ناطق عدد ہو تو ان میں سے ہر ایک دوسرے کا جزو ناطق ساز کہلاتا ہے۔

یونٹ 2: اجزائے ضربی:

یک درجی کثیر رقمی: ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ '1' ہوتا ہے یک درجی کثیر رقمی کہلاتی ہے۔

دو درجی کثیر رقمی: ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ '2' ہوتا ہے، دو درجی کثیر رقمی کہلاتی ہے۔

سہ درجی کثیر رقمی: ایسی کثیر رقمی جس کا درجہ '3' ہو، سہ درجی کثیر رقمی کہلاتی ہے۔

اجزائے ضربی کی اقسام: $kx + ky + kz,\ ax + ay + bx + by,\ a^2 \pm 2ab + b^2$

$a^2 - b^2,\ (a^2 \pm 2ab + b^2) - c^2,\ a^4 + a^2b^2 + b^4$ or $a^4 + b^4$,

$x^2 + px + q,\ ax^2 + bx + c,$

$a^3 + 3a^2bx + 3ab^2 + b^3,\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$

$a^3 \pm b^3.$

مسئلہ باقی: اگر کسی کثیر رقمی $P(x)$ جس کا درجہ '1' یا 1 سے بڑا ہو، کو کثیر رقمی $x-a$ سے تقسیم کیا جائے جبکہ 'a' کوئی مستقل ہو تو باقی جو بچتا ہے $P(a)$ کے برابر ہوتا ہے۔

مسئلہ جزو ضربی: ایک کثیر رقمی $P(x)$ کو $x-a$ پر تقسیم کیا جائے اور $P(a) = 0$ تو $x-a$ ، $P(x)$ کا جزو ضربی ہوگا۔

یونٹ 3: الجبرا کا استعمال:

H.C.F: دو الجبری جملوں کا عاد اعظم H.C.F ایک ایسا جملہ ہوتا ہے۔ جو ان جملوں کو بغیر باقی کے پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔

L.C.M: دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا مشترک ذو اضعاف اقل ایک چھوٹے سے چھوٹا ایسا جملہ ہوتا ہے جو ان تمام جملوں سے بغیر باقی کے پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

یونٹ4: یک درجی مساوات اور غیر مساوات:

یک درجی مساوات: $ax + b = 0, a \neq 0$ کی شکل کی مساوات جس میں a اور b کوئی مستقلات ہیں اور 'x' ایک متغیر ہے۔ ایک متغیر میں یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔

یک درجی مساوات کا حل: متغیر کی ایسی قیمت جو مساوات پر پورا اترتی ہے یک درجی مساوات کا حل کہلاتی ہے۔

مطلق قیمت: کسی حقیقی عدد 'x' کی مطلق قیمت کو $|x|$ لکھا جاتا ہے۔

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -x, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

یک درجی غیر مساوات: دو یک درجی الجبری جملوں کو علامات $<, >, \leq, \geq$ سے ملانے سے حاصل شدہ تعلق یک درجی غیر مساوات کہلاتا ہے۔

خاصیت ثلاثی: اگر $x, y \in R$ ہو تو $x > y$ یا $x = y$ یا $x < y$

خاصیت متعدیت: اگر $x, y, z \in R$ ہوں تو $x > y$ اور $y > z$ تو $x > z$

جمعی خاصیت: اگر $\forall a, b, c, d \in R$ ہو اور $a > b$ تو $\Leftarrow a + b > b + c$

اور $c < d$ تو $\Leftarrow a + c < a + d$

ضربی خاصیت: $\forall a, b, c, d \in R$ اور $a > b$ اور $c > d \Leftarrow ac > bd$ اور $a < d$ اور $c < d \Leftarrow ac < bd$

یونٹ5: دو درجی مساوات:

دو درجی مساوات: ایک متغیر میں دو درجی مساوات کو $ax^2 + bx + c = 0$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے جبکہ $a \neq 0$ یہاں 'x' ایک متغیر ہے اور a, b, c حقیقی اعداد ہیں۔

دو درجی مساوات کا حل: ہم دو درجی مساوات کو (i) تجزی سے (ii) تکمیل مربع سے حل کر سکتے ہیں۔

دو دو جی مساوات کا کلیہ:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

یونٹ6: قالب اور مقطع:

قالب: کسی قاعدہ اور قانون کے تحت اعداد کی مستطیل شکل میں دی گئی دو بریکٹوں میں ترتیب قالب کہلاتی ہے۔

قالب کا درجہ: قطاروں اور کالموں کی تعداد کسی قالب کے درجہ کا تعین کرتی ہے۔

کالمی قالب: ایسا قالب جس میں صرف ایک کالم ہو کالمی قالب کہلاتا ہے۔

مربعی قالب: مربعی قالب میں قطاروں کی تعداد کالموں کی تعداد کے برابر ہوتی ہے۔

مستطیلی قالب: ایسا قالب جس میں کالموں کی تعداد قطاروں کے برابر نہ ہو۔

صفری قالب: اگر کسی قالب میں تمام ارکان صفر ہوں تو وہ صفری قالب کہلاتا ہے۔

اکائی یا وحدانی قالب: وحدانی قالب میں وتر کے تمام ارکان '1' اور وتر کے علاوہ باقی تمام ارکان صفر ہوتے ہیں۔

قالب کا ٹرانسپوز: قالب کی قطاروں کو کالموں کی شکل میں تبدیل کرنے سے جو قالب حاصل ہوتا ہے اصل قالب کا ٹرانسپوز کہلاتا ہے۔

متشاکل قالب: اگر کسی قالب A کا ٹرانسپوز A'، قالب A کے برابر ہو تو قالب A متشاکل قالب کہلاتا ہے یعنی $A' = A$

عکسی متشاکل قالب: اگر کسی قالب A کے لیے $A' = -A$ ہو تو قالب A عکسی متشاکل قالب کہلاتا ہے۔

قالب کا مقطع: کسی مربعی قالب کی عددی قیمت قالب کا مقطع کہلاتی ہے۔

نادر قالب: اگر مربعی قالب کا مقطع صفر ہو تو قالب نادر قالب کہلاتا ہے۔ وگرنہ غیر نادر قالب۔

2 بائی 2 مربعی قالب کا ایڈ جائنٹ: 2 بائی 2 مربعی قالب کا ایڈ جائنٹ قالب کے وتری ارکان کو آپس میں بدل کر اور غیر وتری ارکان کی علامت تبدیل کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

2 بائی 2 مربعی قالب کا ضربی معکوس: کسی 2 بائی 2 مربعی قالب کا ضربی معکوس قالب B ہوگا اگر $AB = BA = I$ جبکہ I ضربی ذاتی قالب ہے۔

یونٹ 7: جیومیٹری کے بنیادی تصورات:

زاویہ: زاویہ دو ایسی شعاعوں کا یونین ہوتا ہے جن کا نقطہ آغاز مشترک ہو۔

زاویہ قائمہ: زاویہ قائمہ کا درجہ 90^o ہوتا ہے۔

زاویہ مستقیم: زاویہ مستقیم میں 180^o ہوتے ہیں۔

حادہ زاویہ: حادہ زاویہ صفر درجہ سے زیادہ اور 90^o سے کم ہوتا ہے۔

منفرجہ زاویہ: منفرجہ زاویہ 90^o سے زیادہ اور 180^o سے کم ہوتا ہے۔

زاویہ عکس: زاویہ عکس میں 180^o سے زیادہ اور 360^o سے کم ہوتا ہے۔

مساوی زاویے: ایسے زاویے جن کی مقدار یکساں ہو۔

متصلہ زاویے: ایسے دو زاویے جن کا مشترک راس اور ایک بازو مشترک ہو۔

کمپلیمنٹری زاویے: ایسے دو زاویے جن کا مجموعہ 90^o ہو۔

سپلیمنٹری زاویے: ایسے دو زاویے جن کا مجموعہ 180^o کے برابر ہو۔

راسی زاویے: دو متقاطع خطوط سے بننے والے ایسے زاویوں کے جوڑے جو غیر متصلہ ہوں اور ہر ایک کی مقدار زاویہ مستقیم سے کم ہو۔

نتائج:

1۔ مثلث کے زاویوں کا مجموعہ زاویہ 180^o ہوتا ہے۔
2۔ اگر دو زاویے مساوی زاویوں کے کمپلیمنٹ کے برابر ہوں تو وہ آپس میں برابر ہوتے ہیں۔
3۔ اگر دو زاویے مساوی زاویوں کے سپلیمنٹ کے برابر ہوں تو وہ آپس میں بھی برابر ہوتے ہیں۔
4۔ اگر دو خطوط کسی تیسرے خط کے متوازی ہوں تو وہ آپس میں بھی متوازی ہوتے ہیں۔
5۔ اگر تین متوازی خطوط کسی خط پر مساوی قطعات قطع کریں تو وہ ہر دوسرے خط پر مساوی قطعات قطع کریں گے۔
6۔ اگر کوئی خط کسی مثلث کے ضلع کی تنصیف کرے اور دوسرے ضلع کے متوازی ہو تو وہ تیسرے ضلع کی بھی تنصیف کرے گا۔

قاطع خط: ایک ایسا خط جو دو خطوط کو مختلف نقاط پر قطع کرے۔

متماثل اشکال: دو ہندسی اشکال جو شکل اور جسامت میں یکساں ہوں متماثل اشکال کہلاتی ہیں۔

کثیر الاضلاع: تین یا تین سے زیادہ مختلف قطعات کی بند شکل کثیر الاضلاع کہلاتی ہے۔

مساوی الاضلاع مثلث: ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع مساوی ہوں۔

مساوی الساقین مثلث: ایسی مثلث جس کے دو اضلاع مساوی ہوں۔

مختلف اضلاع مثلث: ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں مختلف ہوں۔

قائمۃ الزاویہ مثلث: ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو۔

منفرجہ الزاویہ مثلث: ایسی مثلث جس کا ایک زاویہ منفرجہ ہو۔

حادۃ الزاویہ مثلث: ایسی مثلث جس کے تینوں زاوے حادہ ہوں۔

دو مثلثان کے تماثل کی خصوصیات: (i) ض ض ض ≅ ض ض ض (ii) ض زض ≅ ض زض (iii) زض ز ≅ زض ز (iv) ززض ≅ ززض (v) وض ≅ وض

چوکور: ایسی کثیر الاضلاع جس کے چار اضلاع ہوں۔

متوازی الاضلاع: ایسی چوکور جس کے دو مخالف اضلاع کے جوڑے متوازی ہوں۔

مستطیل: ایسی متوازی الاضلاع جس میں ہر ایک زاویہ قائمہ ہو۔

مربع: ایسی مستطیل جس کے چاروں اضلاع مساوی ہوں۔

دائرہ: مستوی کے ایسے نقاط کا سیٹ جن کا ایک معین نقطہ سے فاصلہ برابر ہو، معین نقطہ دائرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔

رداس: دائرہ کے مرکز سے دائرہ کے کسی نقطہ تک کا فاصلہ رداس کہلاتا ہے۔

قطر: دائرہ کا ایسا وتر جو مرکز میں سے گزرتا ہو قطر کہلاتا ہے۔

قوس: دائرہ کا کچھ حصہ جس کے سرے کے نقاط اور ان کے درمیانی نقاط پر مشتمل ہو۔

نصف دائرہ: قوس جو دائرہ کے نصف کے برابر ہو نصف دائرہ کہلاتا ہے۔

قوس صغیرہ: قوس جو نصف دائرہ سے چھوٹی ہو قوس صغیرہ کہلاتی ہے۔

قوس کبیرہ: قوس جو نصف دائرہ سے بڑی ہو قوس کبیرہ کہلاتی ہے۔

متماثل دائرے: ایسے دائرے جن کے رداس یا قطر برابر ہوں متماثل دائرے کہلاتے ہیں۔

خط قاطع: ایسا خط جو دائرے کو دو نقاط پر کاٹے خط قاطع کہلاتا ہے۔

مماس: ایسا خط جو دائرے کے رداسی قطعہ کے بیرونی نقطہ پر عمود ہو۔

سیکٹر: دائرے کا کچھ حصہ اور اس کے سروں کو مرکز سے ملانے والے رداسی قطعات کا درمیانی حصہ سیکٹر کہلاتا ہے۔

ہم دائرہ نقاط: ایک ہی دائرہ کے محیط پر واقع نقاط۔

ہم مرکز دائرے: ایسے تمام دائرے جن کا مرکز مشترک نقطہ ہو اور ان کے رداس مختلف ہوں۔

مرکزی زاویہ: دو رداسی قطعات کے درمیان مرکز پر بننے والا زاویہ

نتیجہ: (1) نصف دائرہ کا محصور زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

(2) ایک ہی قطعہ میں بننے والے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

(3) ایک ہی قوس میں بننے والے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

یونٹ 8: عملی جیومیٹری:

1۔ کسی مثلث کے زاویہ کا ناصف کسی زاویے کی تنصیف کرنے والا خط ہوتا ہے

2۔ ہر مثلث کے تین زاویوں کے ناصف ہوتے ہیں

3۔ مثلث کا ارتفاع کسی راس سے مخالف ضلع پر عمود ہوتا ہے۔

4۔ ہر مثلث کے تین ارتفاع ہوتے ہیں، ہر راس سے ایک۔

5۔ ایک قطعہ خط جو مثلث کے کسی ضلع کی تنصیف کرے اور اس پر عمود بھی ہو تو وہ اس کا عمودی ناصف کہلاتا ہے۔

6۔ مثلث کے ہر ضلع کا ایک عمودی ناصف کے حساب سے تین عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

7۔ وہ نقطہ جہاں پر مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف ملتے ہیں، مثلث کا مرکز محصور کہلاتا ہے۔

8۔ وہ نقطہ جہاں مثلث کے تینوں ارتفاع ملتے ہیں، مثلث کا مرکز عمود کہلاتا ہے۔

9۔ وہ نقطہ جہاں مثلث کے تینوں اضلاع کے عمودی ناصف ملتے ہیں مثلث کا مرکز محاصرہ کہلاتا ہے۔

10۔ دائرے کے ساتھ ہم مستوی خط جو دائرہ کو صرف ایک نقطہ پر قطع کرے دائرہ کا مماس کہلاتا ہے۔

یونٹ 9: رقبہ اور حجم:

مسئلہ فیثا غورث: قائمۃ الزاویہ مثلث کے وتر کا مربع باقی دونوں بازوؤں کے مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

رقبہ: کسی بھی بند شکل کے درمیان گھری ہوئی سطح اُس کا رقبہ کہلاتی ہے۔

مثلث کا رقبہ: $A = \frac{1}{2} \times$ (ارتفاع) $\times$ (قاعدہ)

مثلث کا رقبہ: $A = \sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)}$ ، $S = \frac{a+b+c}{2}$ ، a, b, c مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں ہیں۔

مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ: $A = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ جبکہ 'a' مثلث کے ہر ضلع کی لمبائی ہے۔

مستطیل کا رقبہ: چوڑائی × لمبائی

مربع کا رقبہ: ضلع × ضلع

متوازی الاضلاع کا رقبہ: ارتفاع × قاعدہ

دائرے کا رقبہ: $A = \pi \times$ (رداس)^2

دائرہ کا محیط: $A = 2 \times \pi \times$ (رداس)

نصف دائرہ کا رقبہ: $A = \frac{1}{2}(\pi r^2)$

دو ہم مرکز دائروں کے درمیان رقبہ: $A = \pi\left[r_1^2 - r_2^2\right]$

بیرونی دائرہ کا رداس r_1 اندرونی دائرہ کا رداس r_2

حجم: تین پہلو والی شکل کی چار دیواروں میں گھری ہوئی خلا اس شکل کا حجم کہلاتی ہے۔

مکعب کا حجم: $V = l^3$ جبکہ l مکعب کے ہر ایک کنارا کی لمبائی ہے۔

مکعب نما کا حجم: $V = l \times b \times h$ جبکہ b = چوڑائی l = لمبائی اور h = اونچائی

عمودی دائروی سلنڈر کا حجم: $V = \pi r^2 h$ جبکہ h = سلنڈر کی اونچائی اور r = قاعدہ کا رداس

عمودی دائروی مخروط کا حجم: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ جبکہ h = مخروط کی اونچائی اور r = قاعدہ کا رداس

کرّے کا حجم: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ جبکہ r = کرّے کا رداس

نصف کرّے کا حجم: $V = \frac{2}{3} \pi r^3$ جبکہ r = کرّے کا رداس

یونٹ 10: محددی جیومیٹری کا تعارف:

دو نقاط کے درمیان فاصلہ کا کلیہ: $d = |\overline{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

1۔ عددی مستوی میں ایک نقطہ کو ایک اور صرف ایک عددی جوڑا سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

2۔ اعداد کا ہر جوڑا عددی مستوی کے ایک اور صرف ایک نقطہ سے جوڑا جا سکتا ہے۔

ہم خط نقاط: ایک ہی خط پر واقع نقاط ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

غیر ہم خط نقاط: ایسے نقاط جو ایک ہی خط پر نہ واقع ہوں، غیر ہم خط نقاط کہلاتے ہیں۔

علامات

جس کے لیے ہے	علامت	جس کے لیے ہے	علامت
چونکہ اسی طرح	$\because$	سے چھوٹا ہے	$<$
لہٰذا/پس	$\therefore$	سے بڑا ہے	$>$
نسبت	$:$	سے چھوٹا ہے یا برابر ہے	$\leq$
کے متناسب ہے	$::$	سے بڑا ہے یا برابر ہے	$\geq$
لامحدود/بے شمار	∞	برابر ہے	$=$
ٹیلی کا نشان	$\mid$	برابر نہیں ہے	$\neq$
مجموعہ	$\sum$	سے چھوٹا نہیں ہے	$\nless$
قطعہ خط AB	$\overline{AB}$	سے بڑا نہیں ہے	$\ngtr$
شعاع AB	$\overrightarrow{AB}$	کا رکن ہے	$\in$
خط AB	$\overleftrightarrow{AB}$	تمام قیمتوں کے لیے	$\forall$
زاویہ	$\angle$	جذر	$\sqrt{}$
مثلث	$\triangle$	x کی مطلق قیمت	$\|x\|$
کے مشابہ	$\sim$	اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ	$\Rightarrow$
متماثل	$\cong$	صرف اور صرف	$\Leftrightarrow$
کے تقریباً برابر ہے	$\approx$	اور	$\wedge$
کے متوازی ہے	$\|\|$	یونین یا اتصال	$\cup$
قوس AB	$\widehat{AB}$	یا	$\vee$
مطابقت میں	$\leftrightarrow$	انٹرسیکشن / تقاطع	$\cap$

انڈکس

A

Area Of Concentric Circles ہم مرکز دائروں کے درمیان کا رقبہ 261
Absolute Value مطلق قیمت 97
Acute Angle حادہ زاویہ 177
Add And Subtract Matrices قالبوں کو جمع اور تفریق کرنا 138
Addition And Subtraction Of Matrices قالبوں کی جمع اور تفریق 138
Addition And Subtraction Of Surds مقادیر اصم کی جمع اور تفریق 23
Addition Of Matrices قالبوں کی جمع 138
Additive Identity Of Matrices قالبوں کا جمعی ذاتی عنصر 142
Additive Inverse Of A Matrix قالب کا جمعی معکوس 143
Adjacent Angles متصلہ زاویے 178
Adjacent, complementary and supplementary angles متصلہ کمپلیمنٹری اور سپلیمنٹری زاویے 178
Adjoint Of A Matrix قالب کا ایڈجائنٹ 157
Algebraic Expressions الجبری جملے 2
Algebraic Manipulation الجبری حسابات 57
Altitudes Of A Triangle مثلث کے ارتفاع 225
Angle زاویہ 176
Angle Bisectors Of A Triangle مثلث کے زاویوں کے ناصف 224
Angle In A Semi-circle Is A Right Angle نصف دائرہ کا زاویہ قائمہ ہوتا ہے 210
Angle In The Same Segment Are Equal ایک قطعہ میں زاویے مساوی ہوتے ہیں 211
Applications اطلاق 213
Arc قوس 208
Area Of A Circle دائرہ کا رقبہ 260
Area Of A Parallelogram When Base And Altitude Are Given متوازی الاضلاع کا رقبہ جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہو 255
Area Of A Semicircle نصف دائرہ کا رقبہ 260
Area Of A Triangle When All The Three Sides Are Given مثلث کا رقبہ جبکہ اس کے تینوں اضلاع معلوم ہوں 252
Area Of An Equilateral Triangle When Its Side Is Given مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ جبکہ اس کا ضلع معلوم ہو 254
Area Of Four Walls Of A Room کمرہ کی چاردیواری کا رقبہ 256
Areas رقبے 251
Areas And Volumes رقبہ اور حجم 247
Areas of Rectangular And Square Fields مستطیلی اور مربعی علاقوں کے رقبے 257
Associative Law خاصیت تلازم 141
Associative Law Of Matrices With Respect To Multiplication قالبوں کی ضرب کے لحاظ سے خاصیت تلازم 147

B

Basic Operations On The Algebraic Fractions الجبری کسروں پر بنیادی عوامل 71

C

Calculate Unknown Angles نامعلوم زاویہ معلوم کرنا 182
Calculate Unknown Angles Of A Triangle مثلث کا نامعلوم زاویہ معلوم کرنا 184
Center مرکز 206
Central Angle مرکزی زاویہ 212
Chord وتر 207
Circle دائرہ 206
Collinear And Non-collinear Points ہم خط اور غیر ہم خط نقاط 281
Collinear Points ہم خط نقاط 281
Collinearity Of Three Points تین نقاط کا ہم خط ہونا 282
Column Matrix کالمی قالب 133
Commutative Law خاصیت مبادلہ 141
Complementary Angles کمپلیمنٹری زاویے 179
Concentric Circles ہم مرکز دائرے 209
Congruent And Similar Figures متماثل اور متشاکل اشکال 193
Congruent Figures متماثل اشکال 193
Congruent Triangles متماثل مثلثان 198
Conjugate Binomial Surds دورقمی مقادیر اصم کے زوج 27
Construction بناوٹ 222
Construction Of Quadrilaterals چوکور کی بناوٹ 230
Construction Of Triangle مثلث کی بناوٹ 222
Cramer's Rule کریمر کا قانون 167
Cube مکعب 264
Cube And Cuboid مکعب اور مکعب نما 264
Cubic Polynomials تین درجی کثیر رقمیاں 36
Cuboid مکعب نما 265

D

Derivation Of Quadratic Formula دودرجی کلیہ اخذ کرنا 115
Determinant Function مقطع فنکشن 156
Diagonal Matrix وتری قالب 134
Diagonals Of A Rectangle Bisect Each Other مستطیل کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں 204
Diagonals Of A Square Bisect Each Other مربع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں 203
Diameter قطر 207
Direct Common Tangent Or External Tangent راست مشترک مماس یا بیرونی مماس 235
Distance Between Two Points دو نقاط کے درمیان فاصلہ 278
Distance Formula فاصلہ کا کلیہ 276
Distributive Laws کلیہ تقسیمی 149
Division Of A Rational Expression ناطق جملوں کی تقسیم 9
Drawing Tangents مماس کھینچنا 239
Drawing Tangents To Two Equal Circles دو مساوی دائروں کے مماس کھینچنا 235
Drawing Tangents To Two Un-equal Circles دو غیر مساوی دائروں کے مماس کھینچنا 237

E

Equal Angles مساوی زاویے 178
Equal Circles مساوی دائرے 208
Equations Involving Absolute Value مطلق قیمت والی مساوات 97
Equations Involving Radicals جذر والی مساوات 93
Evaluate Determinant Of A Matrix قالب کا مقطع کی قیمت نکالنا 156
Examine A Given Algebraic Expression الجبری جملے کا مشاہدہ کرنا 4

F

Factorization	تجزی	35
Factorization Of Expressions	جملے کی تجزی کرنا	36
Factorizing A Cubic Polynomial	تین درجی کثیر رقمی کی تجزی کرنا	52
Finding Remainder Without Dividing	بغیر تقسیم کیے باقی معلوم کرنا	49
Formulae	کلیے	13
Four Angles Of A Rectangle Are Right Angles	مستطیل کے چاروں زاویے قائمہ ہوتے ہیں	204
Four Angles Of A Square Are Right Angles	مربع کے چاروں زاویے قائمہ ہوتے ہیں	203
Four Sides Of A Square Are Equal	مربع کے چاروں ضلع مساوی ہوتے ہیں	202
Fundamentals Of Geometry	جیومیٹری کے بنیادی تصورات	175

H

H.C.F By Division	تقسیم کے قاعدہ سے عاداعظم HCF معلوم کرنا	61
H.C.F. By Factorization Method	بذریعہ تجزی HCF عاداعظم معلوم کرنا	58
Hemispheres	نصف کرہ	268
Highest Common Factor (HCF) And Least Common Multiple (LCM)	عاداعظم HCF اور ذواضعاف اقل LCM	58

I

Improper Rational Expression	غیر واجب ناطق جملے	3
Inequalities (>, <) And (>, <)	غیر مساواتیں	98
Introduction To Coordinate Geometry	محددی جیومیٹری کا تعارف	275
Inverse Of A Non-singular Matrix	غیر نادر قالب کا معکوس	160
Irrational Numbers	غیر ناطق اعداد	21

L

L.C.M. By Factorization	بذریعہ تجزی ذواضعاف اقل LCM	64
Laws Of Addition Of Matrices	قالبوں کی جمع کا قانون	141
Laws Of Radicals	ریڈیکل کا قانون	22
Least Common Multiple (L.C.M)	ذواضعاف اقل LCM	64
Linear Equation In One Variable	ایک متغیر میں یک درجی مساوات	86
Linear Equations	یک درجی مساوات	86
Linear Inequalities	یک درجی غیر مساوات	98
Linear Polynomials	یک درجی کثیر رقمیاں	36

M

Major Arc	قوس کبیرہ	208
Matrices And Determinants	قالب اور مقطع	127
Matrix Equality	قالبوں کی برابری	131
Matrix Inversion Method	قالبوں کے معکوس کا طریقہ	165
Medians Of A Triangle	مثلث کے وسطانیے	228
Minor Arc	قوس صغیرہ	208
Mixed Surds	مخلوط مقادیر اصم	22
Multiplication And Division Of The Algebraic Fractions	الجبری کسور کی ضرب اور تقسیم	72
Multiplication And Division Of Two Surds	دو مقادیر اصم کی ضرب اور تقسیم	23
Multiplication Of Matrices	قالبوں کی ضرب	145
Multiplicative Inverse	ضربی معکوس	158
Multiplicative Inverse Of A Matrix	قالب کا ضربی معکوس	156

N

Non-singular Matrix	غیر نادر قالب	157

O

Obtuse Angle	منفرجہ زاویہ	177
Opposite Sides Of A Rectangle Are Equal	مستطیل کے مخالف اضلاع مساوی ہوتے ہیں	203
Order Of A Matrix	قالب کا مرتبہ	130

P

Parallel Lines	متوازی خطوط	187
Parallelogram	متوازی الاضلاع	231
Perpendicular Bisectors Of The Sides Of A Triangle	مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف	227
Problems Involving Quadratic Equations	دو درجی مساوات عبارتی سوالات	121
Proper Rational Expression	واجب ناطق جملہ	3
Properties Of A Parallelogram	متوازی الاضلاع کی خصوصیات	205
Properties Of Angles	زاویوں کے خواص	210
Properties Of Congruency	تماثل کے خواص	202
Properties Of Congruency Between Two Triangles	دو مثلثوں کے تماثل کی شرائط	198
Properties Of Inequalities	غیر مساواتوں کے خواص	99
Properties Of Parallel Lines	متوازی خطوط کے خواص	187
Pure Surds	اصل مقادیر اصم	22
Pythagoras Theorem	مسئلہ فیثاغورث	248

Q

Quadratic Equations	دو درجی مساوات	108
Quadratic Polynomials	دو درجی کثیر رقمیاں	36
Quadrilaterals	چوکور	202

R

Radius	رداس	206
Rational Expression	ناطق جملے	2

Rational Expression In Its Lowest Terms	مختصر ترین ناطق جملہ	4
Rational Numbers	ناطق اعداد	21
Rationalization	ناطق بنانا	27
Rationalizing Factor	ناطق بنانے والا جزو ضربی	27
Rationalizing Of Surds	مقادیر اصم کو ناطق بنانا	28
Rationalizing The Denominator	مخرج کو ناطق بنانا	24
Real Numbers	حقیقی اعداد	21
Rectangle	مستطیل	230
Rectangular Matrix	مستطیلی قالب	133
Reduce A Rational Expression To Its Lowest Terms	ناطق جملہ کو اس کی مختصر ترین حالت میں لکھنا	5
Reflex Angle	زاویہ عکس	177
Relation Between The Pairs of angles	زاویوں کے جوڑوں میں تعلق	191
Remainder Theorem And Factor Theorem	مسئلہ باقی اور مسئلہ جزو ضربی	47
Right Angle	قائمہ زاویہ	177
Right Circular Cone	عمودی دائروی مخروط	266
Row Matrix	قطاری قالب	133

S

Scalar Matrix	سکیلر قالب	134
Secant Line	دائرے کا خط قاطع	209
Sector	دائرے کا سیکٹر	209
Semi Circle	نصف دائرہ	208
Similar Figures	متشابہ اشکال	195
Similar Surds	ہم شکل مقادیر اصم	23
Singular And Non-singular Matrices	نادر اور غیر نادر قالب	157
Singular Matrix	نادر قالب	157
Skew-symmetric Matrix	عکس متشاکل قالب	136
Solution Of A Linear Equation	یک درجی مساوات کا حل	87
Solution Of A Quadratic Equation	دو درجی مساوات کا حل	108
Solution Of A Quadratic Equation By Completing The Square Method	تکمیل مربع سے دو درجی مساوات کا حل	110
Solution Of A Quadratic Equation By Factorization	دو درجی مساوات کا حل بذریعہ تجزی	108
Solution Of Simultaneous Linear Equations	یک درجی ہمزاد مساواتوں کا حل	165
Solving Linear Inequalities	یک درجی غیر مساوات حل کرنا	101
Square	مربع	231
Square Matrix	مربع قالب	133
Square Root By Division Method	جذر بذریعہ طریقہ تقسیم	79
Square Root By Factorization Method	جذر بذریعہ طریقہ تجزی	75
Square Root Of Algebraic Expression	الجبری جملوں کا جذر	75
Straight Angle	زاویہ مستقیم	176
Subtraction Of Matrices	قالبوں کی تفریق	138
Sum, Difference And Product Of Rational Expressions	ناطق جملوں کی جمع تفریق اور ضرب	6
Supplementary Angles	سپلیمنٹری زاویے	179
Surds	مقادیر اصم	21
Surds of Radicals	جذر والے مقادیر اصم	21
Surds Of Second Order	دوسرے مرتبہ کے مقادیر اصم	23
Symbol	علامت	196
Symmetric Matrix	متشاکل قالب	135

T

Tangent	مماس	209
Tangent To A Circle	دائرے کا مماس	233
Tangent To Two Un-equal Intersecting Circles	غیر مساوی متقاطع دائروں پر مماس	240
Tangent To Two Un-equal Touching Circles	دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں پر مماس	239
The Area Of A Rectangle When Its Two Sides Are Given	ایسی مستطیل کا رقبہ جس کے دونوں اضلاع دیے گئے ہیں	255
The Area Of A Triangle	مثلث کا رقبہ	252
The Area Of A Triangle When Base And Altitude Is Given	ایسی مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جس کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہوں	253
The Factor Theorem	مسئلہ تجزی	50
The Quadratic Formula	دو درجی کلیہ	115
The Remainder Theorem	مسئلہ باقی	48
The Sphere	کرہ	267
To Draw Angle-bisectors Of A Triangle	مثلث کے زاویوں کے ناصف کھینچنا	224
Transitive	متعدیت	100
Transpose Of A Matrix	قالب کا ٹرانسپوز	135
Transverse Common Tangent Or Internal Tangent	معکوس مشترکہ مماس یا اندرونی مماس	236
Trichotomy	ثلاثی خاصیت	99
Types Of Matrices	قالب کی اقسام	133

U

Unit Matrix Or Identity Matrix	اکائی قالب یا ضربی ذاتی قالب	134
Use Of Distance Formula	فاصلہ کے کلیہ کا استعمال	283
Transverse	قاطع خط	191

V

Value Of An Algebraic Expression	الجبری جملے کی قیمت	10
Vertical Angles	راسی زاویے	181
Volume	حجم	264
Volume Of Right Circular Cylinder	عمودی دائروی سلنڈر کا حجم	266

Z

Zero Or Null Matrix	صفری قالب	134
Zeros Of Polynomial	کثیر رقمی کے صفر	50

مصنفین کا تعارف

ڈاکٹر محمد عزیر احمد چیئر مین شعبہ ریاضی یونیورسٹی آف انجینئرنگ اینڈ ٹیکنالوجی (یو۔ای۔ٹی) لاہور اس کتاب کے مصنف ہیں۔آپ نے پی۔ایچ۔ڈی یونیورسٹی آف ویسٹرن آنٹوریو کینیڈا سے مکمل کی۔کالج میں 4 سالہ تدریسی تجربہ رکھنے کے علاوہ 30 سال کا یونیورسٹی میں بھی تجربہ رکھتے ہیں۔آپ نے ٹیچنگ اسسٹنٹ کے طور پر یونیورسٹی آف ویسٹرن آنسٹوریو کینیڈا میں پڑھایا۔آپ پنجاب ریاضی سوسائٹی کے صدر رہے اور ریاضی کے قومی اور بین الاقوامی سیمینارز میں شرکت کر چکے ہیں۔

آپ نے 1980 میں یو۔ای۔ٹی میں بطور لیکچرار تعینات ہونے سے پہلے گورنمنٹ کالج گڑی دوپٹہ آزاد کشمیر اور تعلیمات عالیہ گرلز کالج راولپنڈی میں پڑھایا اور آپ یو۔ای۔ٹی میں بطور اسسٹنٹ پروفیسر ریاضی خدمات سرانجام دیتے رہے۔اب آپ چیئر مین شعبہ ریاضی یو۔ای۔ٹی لاہور اپنے فرائض منصبی سرانجام دے رہے ہیں۔

محترم جناب مقصود رضا احمد جو کہ ریاضی کے ایسوسی ایٹ پروفیسر ہیں۔انہوں نے ایم ایس سی ریاضی کی ڈگری پنجاب یونیورسٹی لاہور سے حاصل کی۔آپ کو گورنمنٹ کالج لاہور میں پہلی پوزیشن حاصل کرنے پر رول آف آنرز کا ایوارڈ دیا گیا۔ 1979ء میں آپ نے یونیورسٹی آف بلوچستان کوئٹہ کے شعبہ ریاضی میں بحیثیت لیکچرر ملازمت اختیار کی۔آپ تقریباً ایک سال ایم ایس سی کی کلاسز کو پڑھاتے رہے۔پنجاب پبلک سروس کمیشن کی طرف سے سلیکشن ہونے پر 1980ء میں آپ کالج کیڈر میں مقرر ہوئے۔ 1982ء میں آپ کو بلغاریہ کے لیے پوسٹ گریجوایٹ سکالرشپ دیا گیا۔ 1990ء میں آپ کو ''کامن ویلتھ سکالرشپ فار پوسٹ گریجوایٹ سٹڈیز'' کے لیے نامزد کیا گیا۔ 1994ء میں آپ کو یونیورسٹی آف انجینئرنگ اینڈ ٹیکنالوجی لاہور کی طرف سے ایم فل کی ڈگری دی گئی۔تصنیف و تالیف کے شعبہ میں بھی آپ کی خدمات قابل قدر ہیں۔پرائمری، مڈل، سیکنڈری اور انٹرمیڈیٹ کے لیول کی 20 سے زیادہ کتابیں آپ لکھ چکے ہیں۔آپ اس وقت گورنمنٹ شالیمار ڈگری کالج باغبانپورہ میں تدریسی خدمات انجام دے رہے ہیں۔

بس سٹینڈ بس رُکنے پر، بس میں سوار مسافروں کو پہلے اترنے دیں۔ پھر لائن میں بس پر سوار ہوں۔

ساتھیوں اور والدین کی مدد سے اُن آٹھ جگہوں کی نشاندہی کریں جہاں ٹریفک قوانین کی خلاف ورزی ہو رہی ہے۔

عرض ناشر

یہ کتاب قومی نصاب ۲۰۰۶ء اور نیشنل ٹیکسٹ بک اینڈ لرننگ میٹریلز پالیسی ۲۰۰۷ء کے تحت بین الاقوامی معیار پر تیار کی گئی ہے۔ یہ کتاب حکومت پنجاب کی طرف سے تمام سرکاری سکولوں میں بطور واحد ٹیکسٹ بک مہیا کی گئی ہے۔ اگر اس کتاب میں کوئی تصور وضاحت طلب ہو یا متن اور املا وغیرہ میں کوئی غلطی ہو تو اس بارے میں ادارے کو آگاہ کریں۔ ادارہ آپ کا شکر گزار ہوگا۔

قومی ترانہ

پاک سَر زمین شاد باد　کِشورِ حسِین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان　ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سَرزمین کا نِظام　قُوّتِ اخُوّتِ عوام
قوم مُلک سلطنت　پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پَرچمِ ستارہ و ہِلال　رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال　جانِ اِستقبال
سایۂ خدائے ذُوالجلال

ناشر: علی برادران
G/1-2، پنجاب پلازہ مچھلی منڈی اردو بازار لاہور
فون: 042-37242233 فیکس: 042-37361207
ویب سائٹ:www.alibrotheran.com
ای میل:info@alibrotheran.com

Item No. U-3

ISBN 978-969-9719-01-3
9 789699 719011