یونٹ 13

عملی جیومیٹری۔ دائرے
(PRACTICAL GEOMETRY-CIRCLES)

طلباء اس یونٹ کو پڑھنے کے بعد درجِ ذیل باتوں سے واقف ہوں گے

- دیے ہوئے دائرے کا مرکز دریافت کرنا۔
- دیے ہوئے تین غیر خطی (غیر ہم خط) نقاط سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچنا۔
- ایک دائرہ مکمل کرنا جبکہ اس کے محیط کا ایک حصہ دیا ہوا ہو۔
  (i) مرکز معلوم کرکے (ii) بغیر مرکز معلوم کئے
- دی ہوئی مثلث پر محاصر دائرہ کھینچا۔
- دی ہوئی مثلث کا محصور دائرہ کھینچا۔
- دی ہوئی مثلث کا جانبی دائرہ کھینچا۔
- دیے ہوئے دائرے پر محاصر مساوی الاضلاع مثلث بنانا۔
- دیے ہوئے دائرے کی محصور مساوی الاضلاع مثلث بنانا۔
- دیے ہوئے دائرے پر محاصر مربع بنانا۔
- دیے ہوئے دائرے کا محصور مربع بنانا۔
- دیے ہوئے دائرے پر منظم محاصر مسدس بنانا۔
- دیے ہوئے دائرے کی منظم محصور مسدس بنانا۔
- بغیر مرکز معلوم کئے دی ہوئی قوس کے درمیانی نقطے P سے مماس کھینچا۔
- بغیر مرکز معلوم کئے دی ہوئی قوس کے کسی آخری نقطے P سے مماس کھینچا۔
- بغیر مرکز معلوم کئے دی ہوئی قوس کے بیرونی نقطے P سے مماس کھینچا۔
- نقطہ P جو دیئے ہوئے دائرے پر ہو، سے مماس کھینچا۔
- نقطہ P جو دیے ہوئے دائرے کے باہر ہو، سے مماس کھینچا۔
- دائرے کے دو مماس کھینچا۔ جو باہم دیا ہوا زاویہ بناتے ہوں۔
- دو مساوی دائرں پر دوراست مشترک مماس کھینچنا اور دو مساوی دائروں پر دو معکوس مشترک مماس کھینچنا۔
- دو غیر مساوی دائرں پر دوراست مشترک مماس کھینچنا اور دو غیر مساوی دائروں پر دو معکوس مشترک مماس کھینچنا۔
- دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں اور دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائروں پر مماس کھینچنا۔
- دائرہ کھینچنا (i) جو دیے ہوئے زاویہ کے دونوں بازوؤں کو مس کرے۔
  (ii) جو دو ہم نقطہ خطوط کے درمیانی نقطہ سے گزرے اور اسکے بازوؤں کو مس کرے۔
  (iii) جو تین ہم نقطہ خطوط کو مس کرے۔

تعارف (Introduction)

لفظ جیومیٹری دو یونانی الفاظ جیو (زمین) اور میٹرون (پیمائش) سے اخذ کیا گیا ہے۔ دراصل جیومیٹری کا مطلب زمین کی پیمائش ہے۔ جیومیٹری، ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جس میں شکلوں (Figures) کی بناوٹ (Shape)، جسامت (Size) اور حالت (Position) کے متعلق بحث ہوتی ہے۔ ہم اس یونٹ میں سادہ شکلوں جیسے نقطہ، سیدھی لائن، مثلث، کثیر الاضلاع اور دائرہ پر توجہ مرکوز کرتے ہیں۔

جیومیٹری سے متعلق یونانی ریاضی دانوں (300-600 BC) کا نمایاں حصہ ہے۔ خاص طور پر اقلیدس کی مبادیات "Euclid's Elements" کو کئی صدیوں تک پوری دنیا میں بطور ٹیکسٹ بکس پڑھایا جاتا رہا۔

3.1 دائرے کی ساخت

کسی بھی رداس کا دائرہ ایک مخصوص نقطہ O سے پرکار گھمانے سے بنایا جا سکتا ہے۔

3.1(i) دیے گئے دائرے کا مرکز معلوم کرنا

معلوم: ایک دائرہ

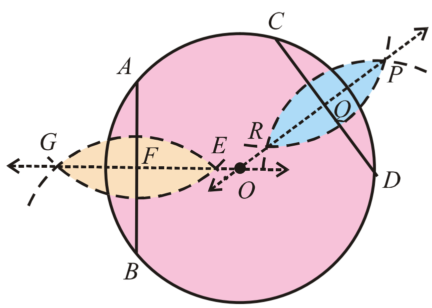
ساخت کے اقدام:

1- دو وتر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کھینچیے۔

2- وتر $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{EFG}$ کھینچا۔

3- وتر $\overline{CD}$ کا عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQR}$ کھینچا۔

4- عمودی ناصف $\overleftrightarrow{EFG}$ اور $\overleftrightarrow{PQR}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ O دائرے کا مرکز ہے۔



شکل 13.1.1

3.1(ii) دیے ہوئے تین غیر خطی (غیر ہم خط) نقاط سے گزرتا ہوا دائرہ کھینچنا:

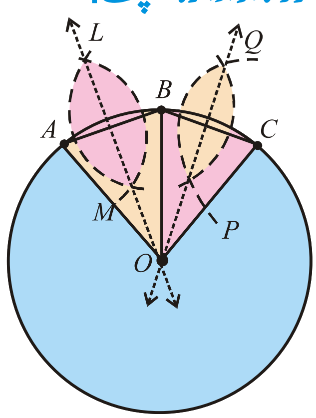
معلوم: تین غیر خطی (غیر ہم خط) نقاط A، B اور C ہیں۔

ساخت کے اقدام:

1- A کو B سے اور B کو C سے ملائیں۔

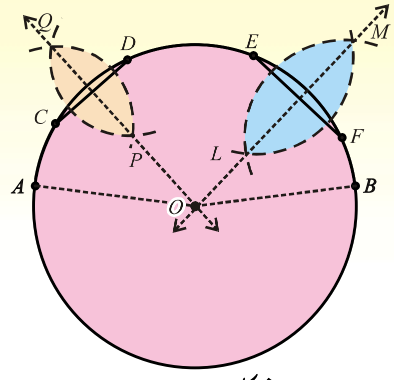
2- $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کے بالترتیب عمودی ناصف $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ کھینچیے۔ $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

3- نقطہ O سے رداس $m\overline{OA} = m\overline{OB} = m\overline{OC}$ کا دائرہ کھینچیں جو کہ مطلوبہ دائرہ ہے۔



شکل 13.1.2

13.1(iii-a) مرکز معلوم کرکے دائرہ مکمل کرنا جب محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو:



شکل 13.1.3

معلوم: $\widehat{AB}$ دائرے کے محیط کا حصہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 فرض کریں کہ چار نقاط C، D، E اور F (دی ہوئی قوس AB) پر لیے۔

-2 وتر $\overline{CD}$ اور $\overline{EF}$ کھینچیے۔

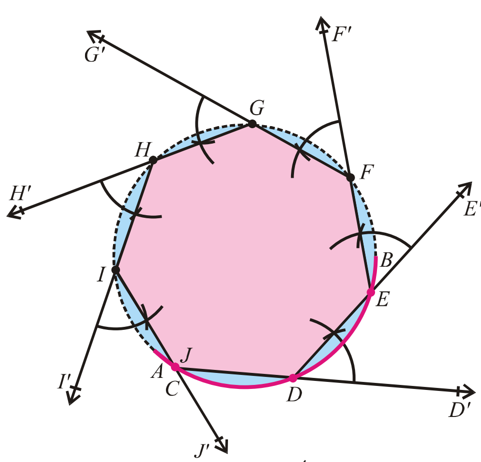
-3 وتر $\overline{CD}$ پر عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQ}$ اور وتر $\overline{EF}$ پر عمودی ناصف $\overleftrightarrow{LM}$ کھینچیے۔

-4 $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

$\therefore$ نقاط A، B، C، D، E اور F نقطہ O سے مساوی فاصلے پر ہیں۔

-5 مرکز O اور رداس $(m\overline{OA} = m\overline{OB} = m\overline{OC} = m\overline{OD} = m\overline{OE} = m\overline{OF})$ سے کا دائرہ مکمل کریں۔ یہ دائرہ نقاط A، B، C، D، E اور F سے گزرے گا۔

13.1(iii-b) بغیر مرکز معلوم کیے دائرہ مکمل کرنا جبکہ اس کے محیط کا ایک حصہ دیا گیا ہو۔



شکل 13.1.4

معلوم: $\widehat{AB}$ دائرے کے محیط کا ایک حصہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 دو مناسب اور برابر لمبائی والے وتر $\overline{CD}$ اور $\overline{DE}$ لیں جن کے نقاط C، D اور E قوس $\widehat{AB}$ پر ہوں۔

-2 $\overline{CD}$ کو D' اور $\overline{DE}$ کو E' تک بڑھائیں تاکہ بیرونی زاویہ $D'DE'$ حاصل ہو۔

-3 بیرونی زاویہ $E'EF$ کو زاویے $D'DE'$ کے برابر بنائیں اور وتر $\overline{EF}$ کو $m\overline{CD}$ یا $m\overline{DE}$ کے برابر لیں۔ $\overline{EF}$ کو F' تک بڑھائیں۔

-4 بیرونی زاویہ $F'FG$ کو زاویے $E'EF'$ کے برابر بنائیں اور وتر $\overline{FG}$ کو $m\overline{CD}$ کے برابر لیں۔ $\overline{FG}$ کو G' تک بڑھائیں۔

-5 نقاط F اور G مطلوبہ دائرے کے محیط پر ہیں۔ نقطوں کے ذریعے $\widehat{EF}$ اور $\widehat{FG}$ کو شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

-6 بیرونی برابر زاویوں کے عمل کو جاری رکھیں تاکہ دائرے کا محیط مکمل ہو جائے جیسا کہ شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔

نوٹ: اندرونی برابر زاویوں کی مدد سے بھی دائرے کے محیط کو مکمل کیا جا سکتا ہے۔

مشق 13.1

-1 کسی لمبائی کی ایک قوس کو تقسیم کریں۔
(i) دو برابر حصوں میں
(ii) چار برابر حصوں میں

-2 ایک قوس ABC کے مرکز کو عملی طور پر معلوم کریں۔

-3 (i) اگر کسی قوس کے دو وتروں $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کی لمبائیاں بالترتیب 3 سم اور 4 سم ہوں تو قوس کا مرکز معلوم کریں۔
(ii) اگر کسی قوس کے دو وتروں $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کی لمبائیاں بالترتیب 3.5 سم اور 5 سم ہوں تو قوس کا مرکز معلوم کریں۔

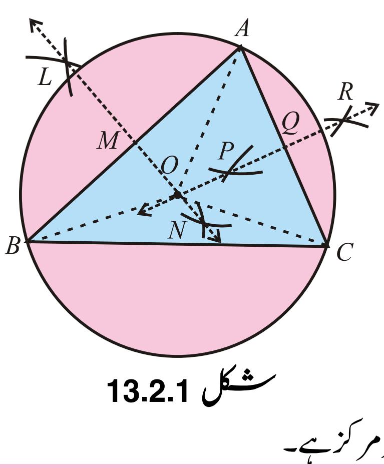
-4 ایک قوس کے وتروں $\overline{PQ}$ اور $\overline{QR}$ کے دو عمودی ناصف کھینچیں۔ نقاط P، Q اور R سے گزرتا ہوا دائرہ بنائیں۔

-5 6 سینٹی میٹر درمیانی فاصلہ والے نقاط A اور B سے گزرتا ہوا 5 سینٹی میٹر رداس کا دائرہ کھینچیں نیز دائرے کے مرکز سے $\overline{AB}$ کا فاصلہ معلوم کریں۔

-6 اگر $|\overline{AB}| = 4$ cm اور $|\overline{BC}| = 6$ cm ہوں اس طرح کہ $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ پر عمود ہو $(\overline{AB} \perp \overline{BC})$ تو A، B اور C سے گزرتا دائرہ بنائیں نیز اس کا رداس معلوم کریں۔

13.2 کثیر الاضلاعوں سے منسلک دائرے:

13.2(i) دی ہوئی مثلث کے گرد دائرہ (محاصر دائرہ) بنانا:



شکل 13.2.1

معلوم: ABC ایک مثلث ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 ضلع $\overline{AB}$ پر عمودی ناصف $\overleftrightarrow{LMN}$ کھینچیں۔

-2 ضلع $\overline{AC}$ پر عمودی ناصف $\overleftrightarrow{PQR}$ کھینچیں۔

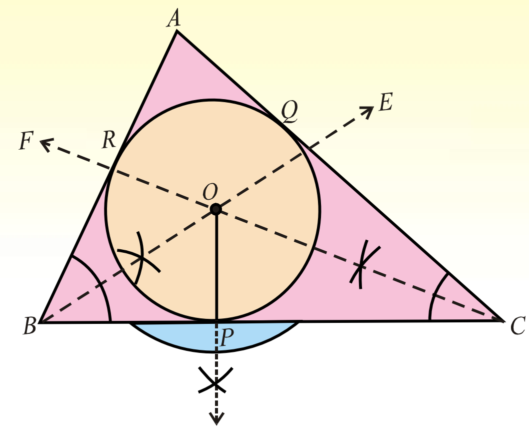
-3 $\overleftrightarrow{LN}$ اور $\overleftrightarrow{PR}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

-4 O مرکز سے رداس $m\overline{OA} = m\overline{OB} = m\overline{OC}$ کا دائرہ کھینچیں۔

یہ دائرہ نقاط A، B اور C سے گزرے گا جبکہ O محاصر دائرہ کا محاصر مرکز ہے۔

یاد رکھیں کہ: مثلث ABC کے راسوں سے گزرتا ہوا دائرہ بطور محاصر دائرہ، اس کا رداس بطور محاصر رداس اور مرکز بطور محاصر مرکز پہچانے جاتے ہیں۔

13.2(ii) دی ہوئی مثلث کے اندر دائرہ (محصور دائرہ) بنانا۔



شکل 13.2.2

معلوم: ABC ایک مثلث ہے۔

ساخت کے اقدام:

1- زاویوں ABC اور ACB کی تنصیف کے لیے بالترتیب $\overrightarrow{BE}$ اور $\overrightarrow{CF}$ ناصف کھینچیں۔ شعاعیں $\overrightarrow{BE}$ اور $\overrightarrow{CF}$ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتی ہیں۔

2- نقطہ O محصور دائرے کا مرکز ہے۔

3- نقطہ O سے $\overline{BC}$ پر $\overrightarrow{OP}$ عمود کھینچیں۔
مرکز O سے رداس $m\overline{OP}$ کا دائرہ کھینچیں۔ یہ دائرہ مثلث ABC کا محصور دائرہ ہے۔

یاد رکھیں کہ : کہ دائرہ جو مثلث کے ضلعوں کو اندرونی طور پر مس کرتا ہے۔ بطور محصور دائرہ پہچانا جاتا ہے۔ اس کا رداس بطور محصور رداس اور مرکز بطور محصور مرکز پہچانے جاتے ہیں۔

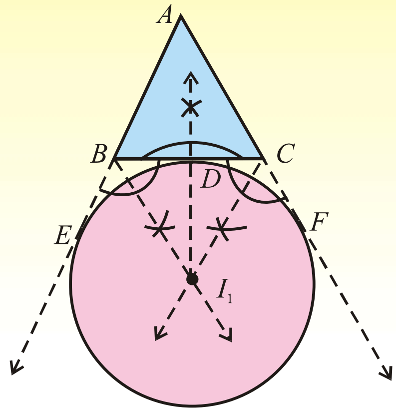
13.2(iii) دی ہوئی مثلث کا جانبی دائرہ بنانا۔

معلوم: ABC ایک مثلث ہے۔

ساخت کے اقدام:

1- مثلث ABC کے اضلاع $\overline{AB}$ اور $\overline{AC}$ کو آگے بڑھائیں۔

2- بیرونی زاویوں ABC اور ACB کے ناصف کھینچیں۔ بیرونی زاویوں کو یہ ناصف نقطہ I_1 پر ملتے ہیں۔



شکل 13.2.3

3- نقطہ I سے ضلع $\overline{BC}$ پر عمود کھینچیں۔ جو $\overline{BC}$ کو نقطہ D پر قطع کرتا ہے۔ $\overline{I_1D}$ جانبی دائرے کا رداس اور نقطہ I_1 مرکز ہے۔

4- مرکز I_1 سے رداس $m\overline{I_1D}$ کا دائرہ کھینچیں جو کہ ΔABC کے ضلع BC کو بیرونی اور بڑھے ہوئے اضلاع AB اور AC کو اندرونی طور پر مس کرے گا۔

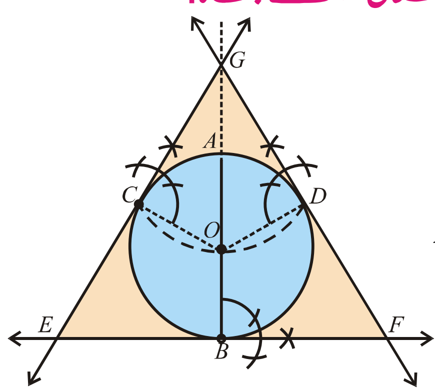
جانبی دائرہ:

وہ دائرہ جو کسی مثلث کے ایک ضلع کو بیرونی طور پر اور بڑھے ہوئے دو اضلاع کو اندرونی طور پر چھوئے جانبی دائرہ (ای دائرہ) کہلاتا ہے۔ ای دائرے کا مرکز ای مرکز اور رداس ای رداس کہلاتے ہیں۔

13.2(iv) دیے ہوئے دائرے کے گرد مساوی الاضلاع مثلث بنانا:

معلوم: مناسب رداس کے دائرے کا مرکز O ہے۔

ساخت کے اقدام:



شکل 13.2.4

1- دائرے کا قطر $\overline{AB}$ کھینچیں۔

2- دائرے پر نقاط C اور D کو دریافت کرنے کے لیے مرکز A سے $m\overline{OA}$ رداس کی ایک قوس کھینچیں۔

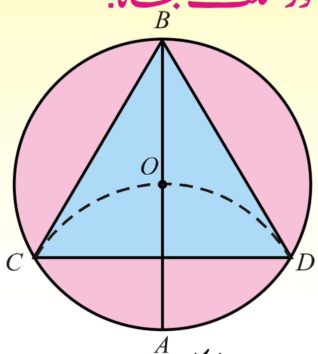
3- دائرے کے رداس $\overline{OC}$ اور $\overline{OD}$ کھینچیں۔

4- دائرے پر نقاط B، C اور D پر مماس کھینچیں۔

5- مماسوں کو آگے بڑھائیں تا کہ وہ نقاط E، F اور G پر ملیں۔

دیے ہوئے دائرے کے گرد EFG مطلوبہ محاصر مثلث ہے۔

13.2(v) دیے ہوئے دائرے میں مساوی الاضلاع محصور مثلث بنانا:



شکل 13.2.5

معلوم: مرکز O کا ایک دائرہ۔

ساخت کے اقدام:

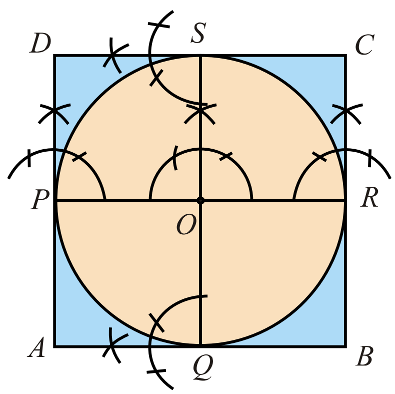
-1 دائرے کا ایک قطر $\overline{AB}$ کھینچیں۔

-2 نقطہ A سے رداس $\overline{OA}$ کی قوس کھینچیں۔ قوس دائرہ کو نقاط C اور D پر قطع کرتی ہے۔

-3 نقاط B، C اور D کو ملائیں تاکہ قطعات $\overline{BC}$، $\overline{CD}$ اور $\overline{BD}$ حاصل ہوں۔

مثلث BCD مطلوبہ محصور مساوی الاضلاع مثلث ہے۔

13.2(vi) دیے ہوئے دائرے کا محاصر مربع بنانا:



شکل 13.2.6

معلوم: مرکز O کا ایک دائرہ۔

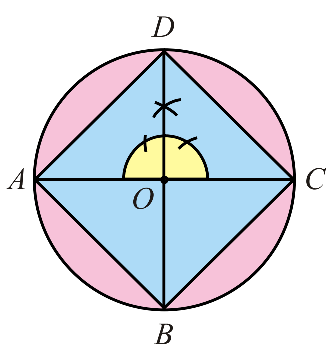
ساخت کے اقدام:

-1 دو قطر $\overline{PR}$ اور $\overline{QS}$ کھینچیں جو ایک دوسرے کی عموداً تنصیف کرتے ہیں۔

-2 نقاط P، Q، R اور S پر دائرے کے مماس کھینچیں۔

-3 ان مماسوں کو آگے اس طرح بڑھائیں تاکہ وہ آپس میں نقاط A، B، C اور D پر ملیں۔ $ABCD$ مطلوبہ محاصر مربع ہے۔

13.2(vii) دیے ہوئے دائرے کا محصور مربع بنانا:



شکل 13.2.7

معلوم: مرکز O کا ایک دائرہ۔

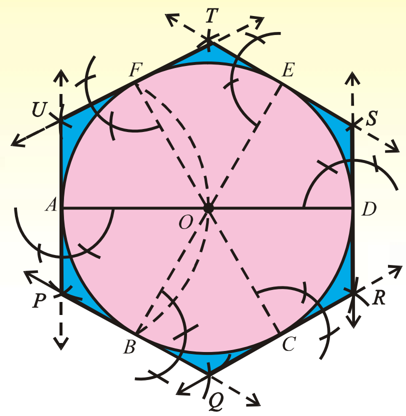
ساخت کے اقدام:

-1 دو قطر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ جو کہ ایک دوسرے کی عموداً تنصیف کرتے ہیں، کھینچیں۔

-2 A کو B سے، B کو C سے، C کو D سے اور D کو A سے ملائیں۔

$ABCD$ دائرے کا مطلوبہ محصور مربع ہے۔

13.2(viii) دیے ہوئے دائرے کا محاصر مسدس بنانا:



شکل 13.2.8

معلوم: مرکز O کا ایک دائرہ۔

ساخت کے اقدام:

1- ایک قطر $\overline{AD}$ کھینچیں۔

2- نقطہ A سے رداس $\overline{AO}$ کی قوس کھینچیں جو دائرے کو نقاط B اور F پر کاٹتی ہے۔

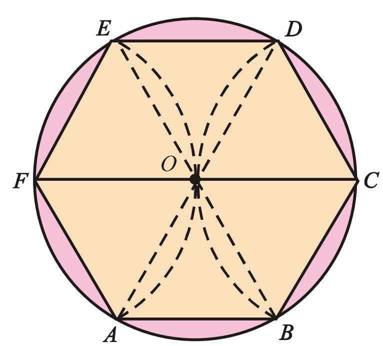
3- B کو O سے ملائیں اور آگے بڑھائیں تا کہ دائرے کو نقطہ E پر ملے۔

4- F کو O سے ملائیں اور آگے بڑھائیں تا کہ دائرے کو نقطہ C پر ملے۔

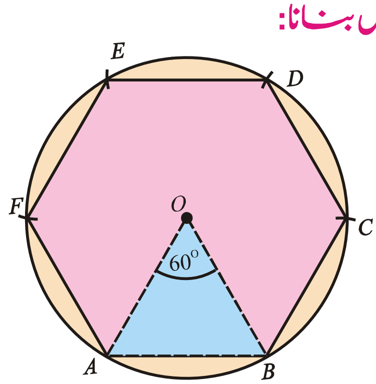
5- نقاط A، B، C، D، E اور F پر دائرے کے مماس کھینچیں جو ایک دوسرے کو بالترتیب نقاط P، Q، R، S، T اور U پر قطع کریں۔

پس $PQRSTU$ مطلوبہ محاصر مسدس ہے۔

13.2(ix) دیے ہوئے دائرے کی محصور مسدس بنانا:



شکل 13.2.9(b)



شکل 13.2.9(a)

معلوم: مرکز O کا ایک دائرہ

ساخت کے اقدام:

-1 دائرے پر ایک نقطہ A لو اور اس کو O سے ملاؤ۔

-2 نقطہ A سے، رداس $\overline{OA}$ کی قوس کھینچیں جو دائرے کو نقاط B اور F پر قطع کرتی ہے۔

-3 نقاط O اور A کو نقاط B اور F سے ملائیں۔

-4 مثلثان OAB اور OAF مساوی الاضلاع مثلثیں ہیں۔ اس لیے زاویے AOB اور AOF کی مقدار 60^o ہے۔ یعنی

$$m\overline{OA} = m\overline{AB} = m\overline{AF}$$

-5 $\overline{FO}$ کو بڑھائیں تاکہ وہ دائرے کو نقطہ C پر ملے۔ B کو C سے ملائیں کیونکہ $m\angle BOC = 60^o$ اس لیے

$$m\overline{BC} = m\overline{OA}$$

-6 C اور F سے رداس $\overline{OA}$ کی قوسیں لگائیں جو کہ دائرے کو نقاط D اور E پر قطع کرتی ہیں۔

-7 C کو D سے، D کو E سے اور E کو F سے ملائیں جس سے

$$m\overline{OA} = m\overline{OB} = m\overline{OC} = m\overline{OD} = m\overline{OE} = m\overline{OF}$$

پس شکل $ABCDEF$ دائرے کے اندر منظم مسدس ہے۔

مشق 13.2

-1 ΔABC کا محاصر دائرہ بنائیں جب کہ اس کے اضلاع $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{CA}$ کی لمبائیاں بالترتیب 6 سم، 3 سم اور 4 سم ہوں۔ نیز اس کا محاصر رداس معلوم کریں۔

-2 ΔABC کا محصور دائرہ بنائیں جب کہ اس کے اضلاع $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{CA}$ کی لمبائیاں بالترتیب 5 سم، 3 سم اور 3 سم ہوں۔ نیز اس کا محصور رداس معلوم کریں۔

-3 راس A کے مقابل مثلث ABC کا جانبی دائرہ بنائیں جب کہ اس کے اضلاع $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{CA}$ کی لمبائیاں بالترتیب 6 سم، 4 سم اور 3 سم ہوں نیز اس کا رداس معلوم کریں۔

-4 مساوی الاضلاع مثلث ABC کا محاصر دائرہ بنائیں جب کہ اس کے ہر ضلع کی لمبائی 4 سم ہو۔

-5 مساوی الاضلاع مثلث ABC کا محصور دائرہ بنائیں جب کہ اس کے ہر ضلع کی لمبائی 5 سم ہو۔

-6 ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 3 سم، 4 سم، 5 سم ہیں۔ اس کے محاصر اور محصور دائرے بنائیں۔

-7 ایک دائرے کا رداس 4 سم ہے۔ اس کے اندر اور باہر مربع بنائیں۔

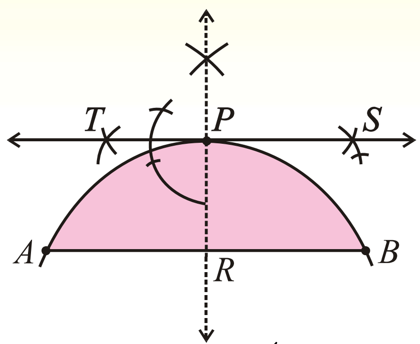
-8 ایک دائرے کا رداس 3.5 سم ہے۔ اس کے اندر اور باہر منظم مسدس بنائیں۔

-9 ایک دائرے کا رداس 3 سم ہے۔ اسکی محاصر منظم مسدس بنائیں۔

13.3 دائرے کا مماس

13.3(i) دی ہوئی قوس کے دیے ہوئے نقطہ P سے مرکز استعمال کیے بغیر مماس کھینچنا:

پہلی صورت : جب P قوس کا درمیانی نقطہ ہو۔



شکل 13.3.1(a)

معلوم: P قوس AB کا درمیانی نقطہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 A اور B کو ملائیں۔

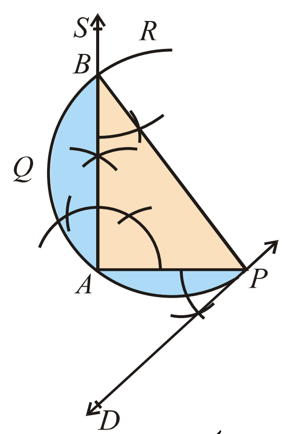
-2 $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف کھینچیں جو قوس AB کے وسطی نقطہ P اور $\overline{AB}$ کے وسطی نقطہ R سے گزرتا ہے۔

-3 نقطہ P پر قائمہ زاویہ TPR بنائیں۔

-4 $\overleftrightarrow{TP}$ کو P کی طرف S سے آگے بڑھائیں۔

پس $\overleftrightarrow{TPS}$ مطلوبہ مماس ہے۔

دوسری صورت : جب P قوس کا آخری نقطہ ہو۔



شکل 13.3.1(b)

معلوم: نقطہ P قوس کا آخری نقطہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 قوس PQR پر کوئی نقطہ A لیں۔

-2 نقاط A اور P کو ملائیں۔

-3 نقطہ A سے عمود $\overrightarrow{AS}$ کھینچیں جو قوس PQR کو نقطہ B پر قطع کرتا ہے۔

-4 نقاط B اور P کو ملائیں۔

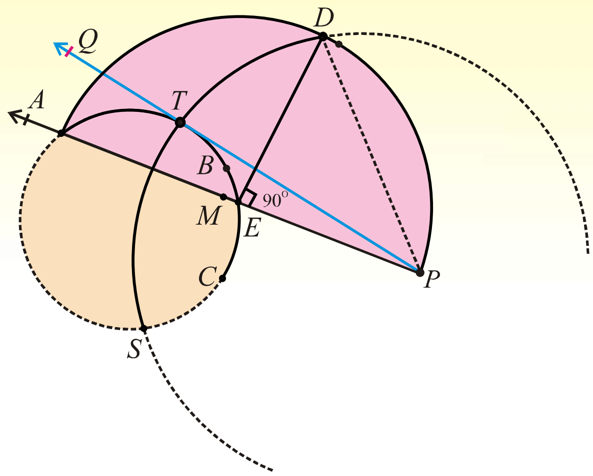
-5 $\angle ABP$ کے برابر $\angle APD$ کھینچیں۔

-6 اب

$$m\angle BPD = m\angle BPA + m\angle APD$$
$$= m\angle BPA + m\angle ABP \quad [\because\ m\angle APD = m\angle ABP]$$
$$= 90^{o}$$

پس $\overleftrightarrow{PD}$ مطلوبہ مماس ہے۔

تیسری صورت : جب نقطہ P قوس سے باہر ہو۔



شکل 13.3.1 (c)

معلوم: نقطہ P قوس ABC کے برابر ہے جس کا مرکز نامعلوم ہے۔

ساخت کے اقدام:

1- نقطہ A کو P سے ملائیں۔ $\overline{AP}$، قوس ABC کو نقطہ E پر قطع کرتا ہے۔

2- $\overline{AP}$ کا درمیانی نقطہ M معلوم کریں۔

3- مرکز M سے رداس $|AM| = |MP|$ کا نیمی دائرہ بنائیں۔

4- نقطہ E پر عمود کھینچیں جو نیمی دائرے کو نقطہ D پر ملے۔

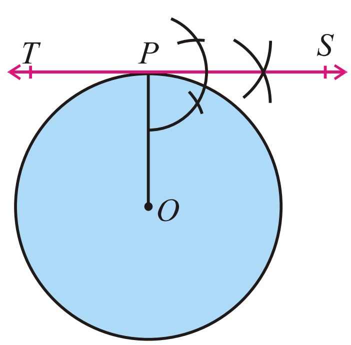
5- مرکز P سے رداس $|\overline{PD}|$ کی قوس کھینچیں۔

6- یہ قوس دی ہوئی قوس ABC کو نقطہ T پر قطع کرتی ہے۔

7- نقطہ P کو نقطہ T سے ملائیں۔

پس $\overrightarrow{PTQ}$ مطلوبہ مماس ہیں۔

13.3(ii-a) دائرے کے محیطی نقطہ P سے مماس کھینچنا۔



شکل 13.3.2(a)

معلوم: O دائرے کا مرکز ہے اور اس کے محیط پر کوئی نقطہ P ہے۔

ساخت کے اقدام:

1- نقطہ P کو مرکز O سے ملائیں، تاکہ $\overline{OP}$ دائرے کا رداس ہو۔

2- ایک خط TPS کھینچیں جو رداس $\overline{OP}$ پر عمود ہو۔

$\therefore$ $\overleftrightarrow{TPS}$ دائرے پر دیے ہوئے نقطہ P سے مطلوبہ مماس ہے۔

13.3(ii-b) دائرے سے ایک مماس کھینچنا جبکہ نقطہ P دائرے سے باہر ہو۔

معلوم: O دائرے کا مرکز ہے اور کوئی نقطہ P دائرے سے باہر ہے۔

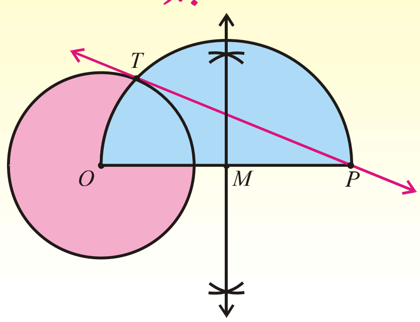
ساخت کے اقدام:

-1 نقطہ P کو مرکز O سے ملائیں۔

-2 $\overline{OP}$ کا وسطی نقطہ M معلوم کریں۔

-3 مرکز M سے قطر $\overline{OP}$ پر نصف دائرہ بنائیں۔ یہ نصف دائرہ دیے ہوئے دائرے کو نقطہ T پر کاٹتا ہے۔

-4 P کو T سے ملائیں اور $\overline{PT}$ کو دونوں اطراف میں بڑھائیں، تب $\overline{PT}$ مطلوبہ مماس ہے۔



شکل 13.3.2(b)

13.3(iii) دائرے کے دو مماس کھینچیں جو کہ دیے ہوئے زاویہ پر ایک دوسرے سے ملتے ہیں۔

معلوم: O دائرے کا مرکز ہے اور MNS دیا ہوا زاویہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

-1 مرکز O والے دائرے کے محیط پر نقطہ A لیں۔

-2 نقاط O اور A کو ملائیں۔

-3 $m\angle COA$ کو $m\angle MNS$ کے برابر کھینچیں۔

-4 $\overline{CO}$ کو آگے بڑھائیں تاکہ دائرے کو B پر ملے۔

-5 $m\angle AOB = 180^{\circ} - m\angle COA$

-6 $\overline{OA}$ پر عمود $\overleftrightarrow{AD}$ کھینچیں۔

-7 $\overline{OB}$ پر عمود $\overleftrightarrow{BE}$ کھینچیں۔

-8 $\overleftrightarrow{AD}$ اور $\overleftrightarrow{BE}$ نقطہ P پر قطع کرتے ہیں۔

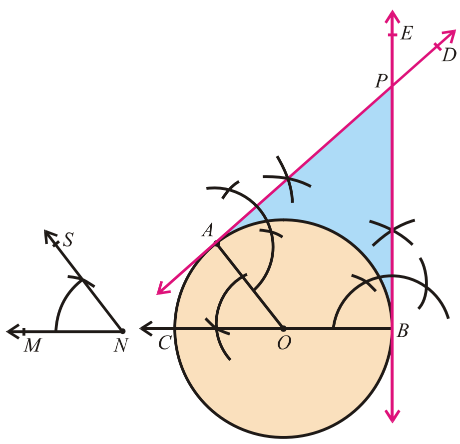
-9 $m\angle AOB + m\angle APB = 180^{\circ}$ یعنی $m\angle AOB = 180^{\circ} - m\angle APB$

-10 5 اور 9 کی رو سے

$$180^{\circ} - m\angle COA = 180^{\circ} - m\angle APB \Rightarrow m\angle COA = m\angle APB$$

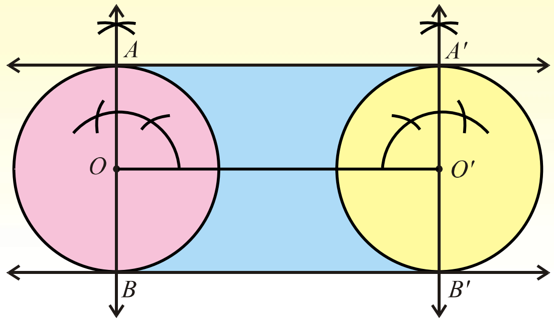
$$\Rightarrow \quad m\angle APB = m\angle MNS \qquad (\because m\angle COA = m\angle MNS)$$

-11 $\overleftrightarrow{AP}$ اور $\overleftrightarrow{BP}$ مطلوبہ دو مماس ہیں جو دیے ہوئے زاویہ MNS پر ایک دوسرے سے ملتے ہیں۔



شکل 13.3.3

13.3(iv-a) مساوی دائروں پر راست مشترک مماس کھینچنا۔



شکل 13.3.4 (*a*)

معلوم: مراکز O اور O' کے دو مساوی دائرے۔

ساخت کے اقدام:

-1 مراکز O اور O' کو ملائیں۔

-2 پہلے دائرے کا قطر AOB کھینچیں۔ تاکہ $\overline{AOB} \perp \overline{OO'}$

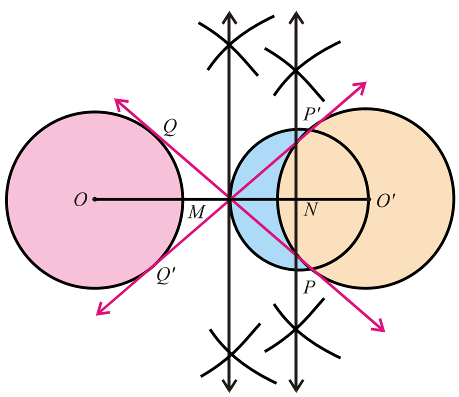
-3 دوسرے دائرے کا قطر $A'O'B'$ کھینچیں تاکہ $\overline{A'O'B'} \perp \overline{OO'}$

-4 $\overleftrightarrow{AA'}$ اور $\overleftrightarrow{BB'}$ کھینچیں جو کہ مطلوبہ مشترک مماس ہیں۔

13.3(iv-b) دو مساوی دائروں پر معکوس مشترک کھینچنا۔

معلوم: مراکز O اور O' کے دو مساوی دائرے۔

ساخت کے اقدام:



شکل 13.3.4 (b)

-1 مراکز O اور O' کو ملائیں۔

-2 $\overline{OO'}$ کا وسطی نقطہ M معلوم کریں۔

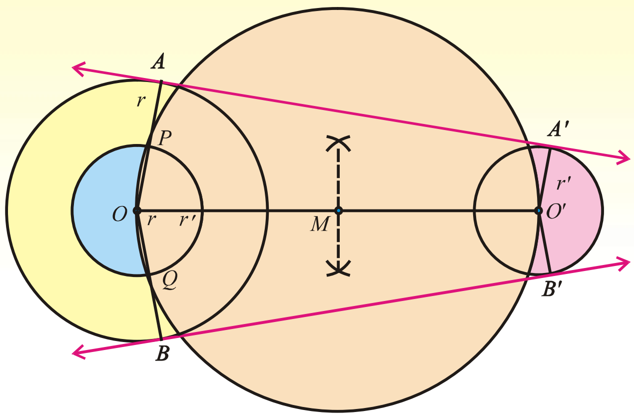
-3 $\overline{MO'}$ کا وسطی نقطہ N معلوم کریں۔

-4 مرکز N سے رداس $m\overline{MN}$ کا دائرہ کھینچیں جو مرکز O' کے دائرے کو نقاط P اور P' پر قطع کرے۔

-5 نقاط M اور P سے گزرتا ہوا ایک خط کھینچیں جو دوسرے دائرے کو نقطہ Q پر مس کرے۔

-6 نقاط M اور P' سے گزرتا ہوا ایک خط کھینچیں جو دوسرے دائرے کو نقطہ Q' پر چھوئے۔
پس $\overleftrightarrow{PQ}$ اور $\overleftrightarrow{P'Q'}$ دیے ہوئے دائرے کے معکوس مشترک مماس ہیں۔

13.3(v-a) دو غیر مساوی دائروں کے راست مشترک مماس کھینچنا۔



شکل 13.3.5 (*a*)

معلوم: دو غیر مساوی دائرے جن کے بالترتیب مراکز O، O' اور بالترتیب رداس r، r' $(r > r')$ ہیں۔

ساخت کے اقدام:

-1 نقاط O اور O' کو ملائیں۔

-2 قطر $\overline{OO'}$ کے درمیانی نقطہ M کو مرکز مان کر قطر OO' پر نیا دائرہ بنائیں۔

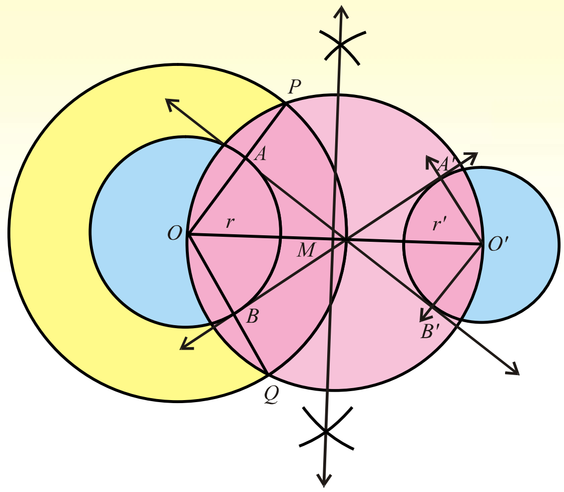
-3 ایک دائرہ جس کا مرکز ایک O ہے اور مرکز O سے رداس $r - r'$ کا ایک دوسرا دائرہ کھینچیں جو قطر OO' والے دائرے کو نقاط P اور Q پر قطع کرے۔

-4 قطعات $\overline{OP}$ اور $\overline{OQ}$ کو آگے بڑھائیں تاکہ مرکز O والے دائرے کو بالترتیب نقاط A اور B پر ملیں۔

-5 $\overline{OA} \parallel \overrightarrow{O'A'}$ اور $\overline{OB} \parallel \overrightarrow{O'B'}$ کھینچیں۔

-6 A کو A' اور B اور B' سے ملائیں۔ پس $\overleftrightarrow{AA'}$ اور $\overleftrightarrow{BB'}$ مطلوبہ راست مشترک مماس ہیں۔

13.3(v-b) دو غیر مساوی دائروں کے معکوس مشترک مماس کھینچنا۔



شکل 13.3.5 (*b*)

معلوم: دو غیر مساوی دائرے جن کے بالترتیب مراکز O، O' اور بالترتیب رداس r، r' ہیں۔

ساخت کے اقدام:

1- دیے ہوئے دائروں کے مراکز O اور O' کو ملائیں۔

2- $\overline{OO'}$ کا وسطی نقطہ M معلوم کریں۔

3- مرکز M سے قطر OO' پر ایک نیا دائرہ بنائیں۔

4- مرکز O سے رداس $r + r'$ کا ایک دوسرا دائرہ کھینچیں۔ جو قطر OO' والے دائرے کو نقاط P اور Q پر قطع کرے۔

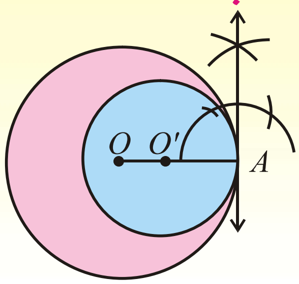
5- O کو P اور Q سے ملائیں۔ قطعات $\overline{OP}$ اور $\overline{OQ}$ رداس r والے دائرے کو بالترتیب A اور B پر ملتے ہیں۔

6- $\overrightarrow{O'A'} \parallel \overline{OB}$ اور $\overrightarrow{O'B'} \parallel \overline{OA}$ کھینچیں۔

7- A کو B' سے اور A' اور B سے ملائیں۔ پس $\overleftrightarrow{AB'}$ اور $\overleftrightarrow{A'B}$ مطلوبہ معکوس مشترک مماس ہیں۔

13.3(vi-a) دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں پر مماس کھینچنا۔

پہلی صورت :



شکل صورت - I

معلوم: دو غیر مساوی اندرونی طور پر مَس کرتے ہوئے دائرے جن کے مراکز O اور O' ہیں۔

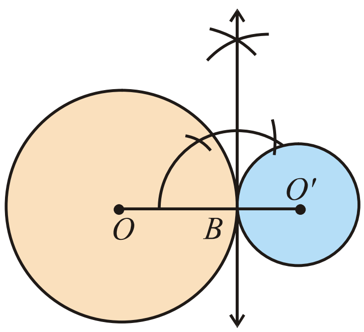
ساخت کے اقدام:

-1 O اور O' کو ملائیں۔ OO' کو نقطہ A تک آگے بڑھائیں۔ جہاں دونوں دائرے ایک دوسرے کو نقطہ A پر مس کرتے ہیں۔ (شکل I)

-2 مماس، $\overline{OA}$ پر عمود ہوتا ہے۔

-3 نقطہ A سے $\overline{OA}$ پر عمود کھینچیں جو کہ مطلوبہ مماس ہے۔

دوسری صورت :



شکل صورت - II

13.3.6 (a)

معلوم: دو غیر مساوی بیرونی طور پر مس کرتے ہوئے دائرے جن کے مراکز O اور O' ہیں

ساخت کے اقدام:

-1 O کو O' سے ملائیں۔ OO' دونوں دائروں کو نقطہ B پر قطع کرتا ہے۔ جہاں یہ دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں۔ (شکل II)

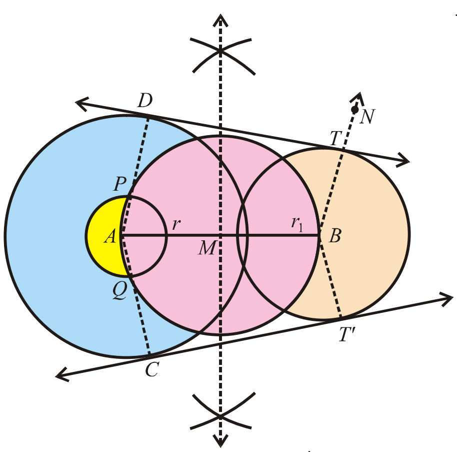
-2 مماس، دائروں کے مراکز سے بننے والے قطعہ خط پر عمود ہوتا ہے۔

-3 نقطہ B سے $\overline{OO'}$ پر عمود کھینچیں جو کہ مطلوبہ مماس ہے۔

13.3(vi-b) دو غیر مساوی قطع کرتے ہوئے دائروں پر مماس کھینچنا۔

معلوم: دو قطع کرتے ہوئے دائرے جن کے مراکز A اور B ہیں۔

ساخت کے اقدام:



شکل 13.3.6 (b)

-1 ایک قطعہ خط AB لیں۔

-2 دو دائرے جن کے بالترتیب رداس r, r_1 (جب کہ $r > r_1$) اور مراکز A، B ہوں، کھینچیں۔

-3 A کو مرکز مان کر رداس $r - r_1$ کا دائرہ کھینچیں۔

-4 قطعہ خط AB کی نقطہ M پر تنصیف کریں۔

-5 مرکز M سے رداس $m\overline{AM} = m\overline{BM}$ کا دائرہ کھینچیں جو رداس $r - r_1$ والے دائرے کو نقاط P اور Q پر قطع کرے۔

-6 A کو P سے ملائیں اور $\overline{AP}$ کو آگے بڑھائیں تاکہ وہ مرکز A والے دائرے کو D پر ملے۔ نیز A کو Q سے ملائیں اور $\overline{AQ}$ آگے بڑھائیں تاکہ مرکز A والے دائرے کو C پر ملے۔

-7 $\overline{AD}$ کے متوازی $\overrightarrow{BN}$ کھینچیں۔ جو مرکز B والے دائرے کو T پر قطع کرے۔

-8 نقاط D اور T کو ملاتا ہوا خط کھینچیں۔ $\overleftrightarrow{DT}$ دیے ہوئے دونوں دائروں کا مشترک مماس ہے۔

-9 $\overline{AB}$ کے دوسری طرف اسی عمل کو دہرائیں۔ $\overleftrightarrow{CT'}$ بھی دیے ہوئے دونوں دائروں کا مماس ہے۔

13.3(vii-a) ایک دائرہ جو دیے ہوئے زاویہ کے بازوؤں کو مس کرتا ہو، کھینچیں۔

معلوم: $\angle BAC$ ایک زاویہ ہے۔

ساخت کے اقدام:

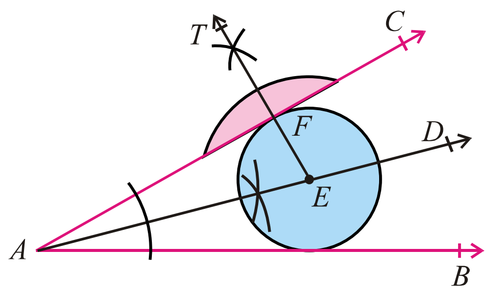
-1 $\angle BAC$ کا ناصف $\overrightarrow{AD}$ کھینچیں۔

-2 $\overrightarrow{AD}$ پر کوئی نقطہ E لیں۔

-3 $\overrightarrow{AC}$ پر عمود $\overrightarrow{ET}$ کھینچیں جو $\overrightarrow{AC}$ کو نقطہ F پر قطع کرے۔

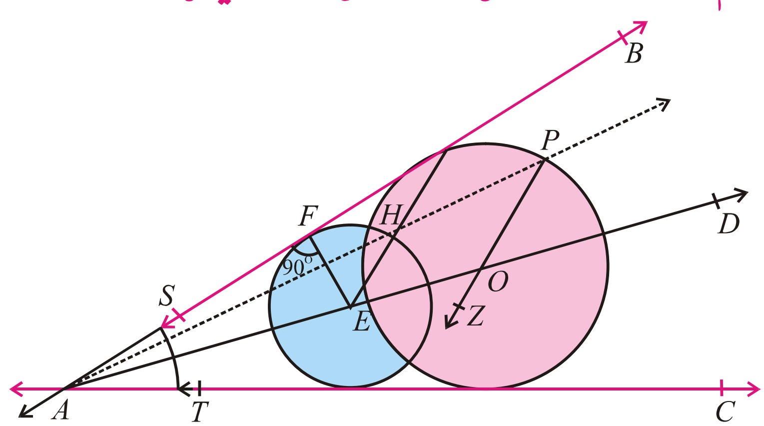
-4 مرکز E سے رداس $m\overline{EF}$ کا دائرہ کھینچیں۔

یہ دائرہ $\angle BAC$ کے دونوں بازوؤں کو چھوتا ہے۔



شکل 13.3.7 (a)

13.3(vii-b) دو ہم نقطہ خطوط کو مس کرے اور ان کے درمیانی نقطہ سے گزرے۔



شکل 13.3.7 (b)

معلوم: $\overleftrightarrow{BS}$ اور $\overleftrightarrow{CT}$ دو ہم نقطہ خطوط ہیں۔

ساخت کے اقدام:

-1 $\overleftrightarrow{BS}$ اور $\overleftrightarrow{CT}$ نقطہ A پر قطع کرتے ہیں۔

-2 $\angle BAC$ کا ناصف $\overrightarrow{AD}$ کھینچیں۔

-3 $\overrightarrow{AD}$ پر کوئی نقطہ E لیں۔

-4 $\overleftrightarrow{AB}$ پر عمود $\overline{EF}$ کھینچیں۔

-5 مرکز E سے رداس $m\overline{EF}$ کا دائرہ کھینچیں۔

-6 یہ دائرہ $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{AC}$ کو چھوتا ہے۔

-7 $\overrightarrow{AP}$ جو اس دائرے کو نقطہ H پر کاٹتا ہے، کھینچیں۔ نقطہ E اور نقطہ H کو ملائیں۔

-8 نقطہ P سے $\overline{HE} \parallel \overrightarrow{PZ}$ کھینچا۔ جو کہ $\overrightarrow{AD}$ کو نقطہ O پر قطع کرتا ہے۔

-9 مرکز O سے رداس $m\overline{OP}$ کا دائرہ کھینچیں یہ دائرہ دونوں خطوط کو چھوتا ہے۔

13.3(vii-c) تین ہم نقطہ خطوط کو چھوتا ہوا دائرہ کھینچنا۔

نوٹ: تین ہم نقطہ خطوط کو چھوتا ہوا دائرہ کھینچنا ناممکن ہے۔

مشق 13.3

-1 ایک قوس ABC میں وتر $\overline{BC}$ کی لمبائی 2 سم ہے۔ قطعہ خط PBC کھینچیں جس کی لمبائی 8 سم ہے۔ جب کہ نقطہ P قوس سے باہر ہے۔ نقطہ P سے قوس پر مماس کھینچیں۔

-2 8 سم قطر کا ایک دائرہ بنائیں۔ محیط سے 5 سم کی دوری پر نقطہ C کو ظاہر کریں۔ نقطہ C سے دائرے کا مرکز استعمال کئے بغیر، مماس کھینچیں۔

-3 رداس 2 سم کا دائرہ بنائیں۔ ایک دوسرے کے ساتھ 60° کا زاویہ بنانے والے دو مماس کھینچیں۔

-4 3 سم رداس والے دائرے کے دو عمودی مماس کھینچیں۔

-5 دو مساوی دائرے 8 سم کے فاصلہ پر ہیں۔ ان دائروں کے راست مشترک مماس کھینچیں۔

-6 2.4 سم رداس والے دو مساوی دائرے کھینچیں۔ اگر ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ 6 سم ہو تو ان کے معکوس مماس کھینچیں۔

-7 دو دائرے کھینچیں جن کے رداس 2.5 سم اور 3 سم ہیں۔ اگر ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ 6.5 سم ہو تو دو راست مشترک مماس کھینچیں۔

-8 دو دائرے کھینچیں جن کے رداس 3.5 سم اور 2 سم ہیں۔ اگر ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ 6 سم ہو تو دو معکوس مشترک مماس کھینچیں۔

-9 دو مس کرتے ہوئے دائروں کے رداس 2.5 سم اور 3.5 سم ہیں۔ ان کے دو مشترک مماس کھینچیں۔

-10 دو قطع کرتے ہوئے دائروں کے رداس 3 سم اور 4 سم ہیں۔ ان کے دو مشترک مماس کھینچیں۔

-11 دائرہ کھینچیں جو دیے گئے زاویوں کے دونوں بازوؤں کو چھوتے ہوں:

(i) 45^{o} (ii) 60^{o}

متفرق مشق 13

کثیر الانتخابی سوالات

-1 صحیح جواب پر (✓) کا نشان لگائیں۔

(i) دائرے کا محیط کہلاتا ہے۔

(a) وتر (b) قطعہ (c) سرحد

(ii) دائرے کو قطع کرتا خط کہلاتا ہے۔

(a) مماس (b) خطِ قاطع (c) وتر

(iii) ایک دائرے کا حصہ جو ایک قوس اور دو رداسوں کے درمیان ہو، کہلاتا ہے۔

(a) قطعاع دائرہ یا سیکٹر (b) قطعہ (c) وتر

(iv) نصف دائرے میں محصور زاویہ ہوتا ہے۔

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$

(v) ایک دائرے کے قطر کی لمبائی دائرے کے رداس کے کتنے گنا ہوتی ہے؟

(a) 1 گنا (b) 2 گنا (c) 3 گنا

(vi) دائرے کا مماس اور رداس کا ایک دوسرے

(a) کے متوازی (b) پر عمود نہیں (c) پر عمود

(vii) دائرے جو تین مشترک نقاط رکھتے ہوں۔

(a) متراکب ہونا (b) ہم خطی (c) منطبق نہ ہونا

(viii) جب دو دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہوں تو ان کے مراکز اور ملنے والا نقطہ ہوتے ہیں۔

(a) منطبق (b) غیر ہم خطی (c) ہم خطی

(ix) ایک مسدس کے بیرونی زاویے کی مقدار ہوتی ہے۔

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$

(x) اگر محصور مرکز اور محاصر مرکز منطبق ہوں تو مثلث ہوتی ہے۔

(a) مساوی الساقین (b) قائمۃ الزاویہ مثلث (c) مساوی الاضلاع

(xi) ایک منظم مثمن کے بیرونی زاویوں کی مقدار ہوتی ہے۔

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{8}$

(xii) دائرے کے قطر کے سروں پر مماس ہوتے ہیں۔

(a) متوازی (b) عمود (c) قاطع

(xiii) دو دائروں پر دو معکوس مماس کی لمبائیاں ہوتی ہیں۔

(a) غیر برابر (b) برابر (c) متراکب

(xiv) دائرے کے باہر نقطہ سے کتنے مماس کھینچے جا سکتے ہیں۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3

(xv) اگر دو دائروں کے مراکز کا درمیانی فاصلہ رداسوں کے مجموعہ کے برابر ہو تو دائرے ہوں گے۔

(a) قطع کرتے ہیں (b) قطع نہیں کرتے

(c) ایک دوسرے کو بیرونی طور پر مس کرتے ہیں

(xvi) اگر دو دائرے ایک دوسرے کو بیرونی طور پر چھوتے ہوں تو ان کے مراکز کا درمیانی فاصلہ برابر ہوتا ہے۔

(a) رداسوں کا فرق (b) رداسوں کا مجموعہ (c) رداسوں کا حاصل ضرب

(xvii) دو مس کرتے ہوئے دائروں کے کتنے مشترک مماس بنائے جا سکتے ہیں؟

(a) 2 (b) 3 (c) 4

(xviii) دو غیر متقاطع دائروں کے کتنے مشترک مماس کھینچے جا سکتے ہیں؟

(a) 2 (b) 3 (c) 4

-2 دیے ہوئے سوالات کے مختصر جوابات لکھیں۔

(i) مندرجہ ذیل کی تعریف لکھیں اور اشکال بنائیں۔

(a) دائرے کا قطعہ　　(b) دائرے کا مماس

(c) دائرے کا سیکٹر (یا قطعاع دائرہ)　　(d) محصور دائرہ

(e) محاصر دائرہ　　(f) جانبی دائرہ

(ii) ایک منظم مثمن کے ضلع کی لمبائی 3 سم ہے۔ اس کا احاطہ معلوم کریں۔

(iii) n- ضلعی کثیر الاضلاع کے اندر موجود زاویہ معلوم کرنے کا کلیہ معلوم کریں۔

(iv) ایک منظم مخمس کے ضلع کی لمبائی 5 سم ہے اس کا احاطہ کیا ہے؟

-3 خالی جگہ پُر کریں۔

(i) دائرے کی سرحد کو __________ کہا جاتا ہے۔

(ii) دائرے کے محیط کو دائرے کی __________ کہا جاتا ہے۔

(iii) دائرے کے دو نقاط کو ملانے والا خط __________ کہلاتا ہے۔

(iv) دائرے کے دو غیر متوازی وتروں کے عمودی ناصف کے نقطہ تقاطع کو __________ کہا جاتا ہے۔

(v) دائرے جن کے تین نقاط مشترک ہوں تو وہ __________ ہونگے۔

(vi) نقطہ جو دائرے کے اندر ہو۔ اس کا مرکز سے فاصلہ رداس سے __________ ہوتا ہے۔

(vii) نقطہ جو دائرے کے باہر ہو۔ اس کا مرکز سے فاصلہ رداس سے __________ ہوتا ہے۔

(viii) دائرے کا صرف __________ مرکز ہوتا ہے۔

(ix) صرف اور صرف ایک دائرہ تین __________ نقاط سے کھینچا جا سکتا ہے۔

(x) نصف دائرہ میں محصور زاویہ __________ زاویہ ہوتا ہے۔

(xi) اگر دو دائرے ایک دوسرے کو مس کریں تو نقطہ __________ اور __________ ہم خط ہوتے ہیں۔

(xii) اگر دو دائرے ایک دوسرے کو مس کریں تو ان کا نقطہ تماس اور مراکز __________ ہوتے ہیں۔

(xiii) دائرے سے باہر نقطہ سے __________ مماس کھینچے جا سکتے ہیں۔

(xiv) مماس، نقطہ تماس سے دائرے کے رداس پر __________ ہوتا ہے۔

(xv) سیدھا خط جو دائرے کے رداس پر عمود ہو تو وہ دائرے کا __________ کہلاتا ہے۔

(xvi) دو دائرے ایک دوسرے کو __________ نقاط سے زیادہ پر نہیں کاٹتے۔

(xvii) ایک دائرے کے وتر کا عمودی ناصف __________ سے گزرتا ہے۔

(xviii) دو دائروں کے راست مشترک مماسوں کی لمبائی ایک دوسرے کے __________ ہوتی ہے۔

(xix) دو دائروں کے معکوس مشترک مماسوں کی لمبائی ایک دوسرے کے __________ ہوتی ہے۔

(xx) اگر مثلث کا محصور مرکز اور محاصر مرکز منطبق ہوتے ہوں تو مثلث __________ ہوتی ہے۔

(xxi) دو متقاطع دائرے __________ نہیں ہوتے۔

(xxii) محصور دائرے کا مرکز __________ کہلاتا ہے۔

(xxiii) محاصر دائرے کا مرکز __________ کہلاتا ہے۔

(xxiv) محصور دائرے کا رداس __________ کہلاتا ہے۔

(xxv) محاصر دائرے کا رداس __________ کہلاتا ہے۔

خلاصہ

- کسی رداس کا دائرہ، پرکار کو کسی معین نقطے پر گھمانے سے ٹریس (Trace) کیا جاسکتا ہے۔
- دائرے کے دو غیر متوازی وتروں کے عمودی ناصف جس نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ وہ نقطہ دائرے کا **مرکز** ہوتا ہے۔
- دیے ہوئے تین غیر ہم خط نقاط سے دائرہ کھینچا جاسکتا ہے۔
- جب دائرے کے محیط کا ایک حصہ دیا ہوا ہو تو اس دائرے کو مکمل کیا جاسکتا ہے۔
- اگر مثلث دی ہوئی ہو تو محاصر دائرہ، محصور دائرہ اور ہر راس کے مقابل **جانبی دائرہ** بنایا جاسکتا ہے۔
- اگر ایک دائرہ دیا ہوا ہو تو محاصر اور محصور مساوی الاضلاع مثلثیں بنائی جاسکتی ہیں۔
- دیے ہوئے دائرے کے لیے محاصر اور محصور مربعے بنائے جاسکتے ہیں۔
- دیے ہوئے دائرے کے لیے محاصر اور محصور منظم مسدس بنائی جاسکتی ہیں۔
- ہم کسی دی ہوئی قوس کے لیے اس کے درمیانی نقطہ، اس کے کسی آخری نقطہ اور وہ نقطہ جو اس پر نہ ہو، مماس کھینچ سکتے ہیں۔
- دیے ہوئے دائرے کے محیط پر نقطہ ہو یا نقطہ دائرے کے باہر ہو، مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔
- دو غیر مساوی مس کرتے ہوئے دائروں کا مماس ٹریس (Trace) کیا جاسکتا ہے۔
- دو مساوی دائروں یا دو غیر مساوی دائروں کے راست یا معکوس مشترک مماس کھینچے جاسکتے ہیں۔
- ہم دیے ہوئے زاویہ کے بازوؤں کو مس کرتا ہوا دائرہ بنا سکتے ہیں۔
- ہم، دو ہم نقطہ خطوط کے درمیانی نقطہ سے گزرتے ہوئے اور ان خطوط کو مس کرتے ہوئے دائرے کو ٹریس (Trace) کر سکتے ہیں۔

جوابات

یونٹ 1: دودرجی مساواتیں

مشق 1.1

1. (i) دودرجی, $x^2 + 4x - 14 = 0$ (ii) دودرجی, $7x^2 - 3x + 7 = 0$
(iii) دودرجی, $4x^2 + 4x - 1 = 0$ (iv) پیور, $x^2 - 1 = 0$
(v) پیور, $x^2 - 20 = 0$ (vi) دودرجی, $x^2 + 29x + 66 = 0$

2. (i) $\{-4, 5\}$ (ii) $\left\{0, \frac{-5}{2}\right\}$ (iii) $\left\{-2, \frac{2}{17}\right\}$
(iv) $\{-8, 19\}$ (v) $\{3, -4\}$ (vi) $\left\{\frac{3}{2}, 5\right\}$

3. (i) $\left\{\frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{7}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{-2 \pm \sqrt{a^2+4}}{a}\right\}$ (iii) $\left\{3, \frac{1}{11}\right\}$
(iv) $\left\{\frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4ln}}{2l}\right\}$ (v) $\left\{0, \frac{-7}{3}\right\}$ (vi) $\{-13, 15\}$
(vii) $\left\{-5, \frac{3}{2}\right\}$ (viii) $\left\{-\frac{1}{2}, -\frac{33}{2}\right\}$ (ix) $\{1,3\}$
(x) $\{-3a, 4a\}$

مشق 1.2

1. (i) $\left\{\frac{-7 \pm \sqrt{57}}{2}\right\}$ (ii) $\left\{\frac{-4 \pm \sqrt{11}}{5}\right\}$ (iii) $\left\{\sqrt{3}, -\frac{4}{\sqrt{3}}\right\}$
(iv) $\left\{\frac{3 \pm \sqrt{233}}{8}\right\}$ (v) $\left\{-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right\}$ (vi) $\left\{\frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}\right\}$
(vii) $\{3,7\}$ (viii) $\left\{3, \frac{-4}{5}\right\}$
(ix) $\left\{(a+b), \frac{1}{2}(a+b)\right\}$ (x) $\left\{1, \frac{l+m}{l}\right\}$

مشق 1.3

1. $\left\{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm\sqrt{5}\right\}$ 2. $\left\{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm 2\right\}$ 3. $\left\{\frac{16}{625}, 1\right\}$
4. $\{216, 729\}$ 5. $\left\{\frac{3}{5}, 1\right\}$ 6. $\{-1, 0, 1\}$

7. $\{6\}$ 8. $\left\{\pm\frac{5}{4}\right\}$ 9. $\left\{-7a, \frac{a}{7}\right\}$

10. $\{\pm1, 1\pm\sqrt{2}\}$ 11. $\left\{1, -2, -\frac{1}{2}\right\}$ 12. $\{-3,0\}$

13. $\{0, -1\}$ 14. $\{2,4\}$ 15. $\{1, 3, 2\pm\sqrt{33}\}$

16. $\{-4,-2,5,7\}$

مشق 1.4

1. $\left\{-1, -\frac{9}{4}\right\}$ 2. $\{1\}$, ($\frac{-2}{9}$ فالتوروٹ) 3. $\left\{\frac{5}{16}\right\}$, ($-1$ فالتوروٹ)

4. $\{7\}$, (-12 فالتوروٹ) 5. $\{4\}$ 6. $\{3\}$

7. ϕ یا $\{\ \}$ 8. $\{0\}$, ($-3a$ فالتوروٹ) 9. $\left\{\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}\right\}$

10. $\left\{\frac{-3\pm\sqrt{2}}{2}\right\}$ 11. $\{-3, 0\}$

متفرق مشق 1

.1 کثیر الانتخابی سوالات:

(i) (b) (ii) (c) (iii) (c) (iv) (a)

(v) (c) (vi) (b) (vii) (a) (viii) (c)

(ix) (a)

.2 مختصر جوابات:

(i) $-1\pm\sqrt{3}$ (ii) 0, 3 (iii) $3x^2 - 2x - 48 = 0$

(iv) (a) تجزی (b) تکمیل مربع (c) دودرجی کلیہ (v) $\frac{-1}{2}, 1$ (vi) $-3, 6$

.3 خالی جگہ پُر کریں۔

(i) $ax^2 + bx + c = 0$ (ii) 3 (iii) تکمیل مربع

(iv) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (v) $\left\{\pm\frac{1}{5}\right\}$ (vi) قوت نما

(vii) $\{\pm 3\}$ (viii) معکوس (ix) فالتوروٹ

(x) جذری علامت

مشق 2.1

1. (i) 17 (ii) −8 (iii) 0 (iv) 81
2. (i) حقیقی، ناطق اور نابرابر, $x = 8, 15$ (ii) خیالی, $x = \frac{-3 \pm \sqrt{-47}}{4}$
   (iii) حقیقی اور برابر, $x = \frac{3}{4}$ (iv) حقیقی، غیر ناطق اور نابرابر, $x = \frac{-7 \pm \sqrt{205}}{6}$
3. $k = -\frac{1}{3}, 1$ 4. (i) $k = 2, \frac{2}{3}$ (ii) $k = -1, 0$ (iii) $k = 1$
6. $a = mc$

مشق 2.2

1. (i) $-1, -\omega, -\omega^2$ (ii) $2, 2\omega, 2\omega^2$
   (iii) $-3, -3\omega, -3\omega^2$ (iv) $4, 4\omega, 4\omega^2$
2. (i) 128 (ii) 1024 (iii) 125 (iv) 24
   (v) 128 (vi) 2 (vii) −6 (viii) −1

مشق 2.3

1. (i) $S = 5, P = 3$ (ii) $S = -\frac{7}{3}, P = \frac{-11}{3}$
   (iii) $S = \frac{q}{p}, P = \frac{r}{p}$ (iv) $S = \frac{a}{a+b}, P = \frac{b}{a+b}$
   (v) $S = -\frac{m+n}{l+m}, P = \frac{n-l}{l+m}$ (vi) $S = \frac{5m}{7}, P = \frac{9n}{7}$
2. (i) $k = \frac{3}{8}$ (ii) $k = \frac{2}{3}$
3. (i) $k = \frac{64}{23}$ (ii) $k = -1, 2$
4. (i) $p = 0$ (ii) $p = \frac{13}{4}$
5. (i) $m = -55$ (ii) $m = 5$ (iii) $m = -\frac{10}{7}$
6. (i) $m = \frac{3}{2}$ (ii) $m = 1$

مشق 2.4

1. (i) $p^2 - 2q$ (ii) $q(p^2 - 2q)$ (iii) $\frac{1}{q}(p^2 - 2q)$

2. (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{9}{4}$ (iii) $\frac{5}{9}$ (iv) $-\frac{235}{96}$

3. (i) $\frac{-mn^2}{l^3}$ (ii) $\frac{1}{n^2}[m^2 - 2ln]$

مشق 2.5

1. (a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ (b) $x^2 - 13x + 36 = 0$
   (c) $x^2 - x - 6 = 0$ (d) $x^2 + 3x = 0$
   (e) $x^2 + 4x - 12 = 0$ (f) $x^2 + 8x + 7 = 0$
   (g) $x^2 - 2x + 2 = 0$ (*h*) $x^2 - 6x + 7 = 0$

2. (a) $x^2 - 8x + 31 = 0$ (b) $x^2 + 3x + 36 = 0$
   (c) $6x^2 - 3x + 1 = 0$ (d) $2x^2 + x + 2 = 0$
   (e) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

3. (a) $x^2 - (p^2 - 2q)x + q^2 = 0$ (b) $qx^2 - (p^2 - 2q)x + q = 0$

مشق 2.6

1. (i) $Q(x) = x + 6\ ;\ R = -7$ (ii) $Q(x) = 4x^2 - 12x + 31\ ;\ R = -78$
   (iii) $Q(x) = x^2 + 3x + 3\ ;\ R = 8$

2. (i) $h = \frac{7}{3}$ (ii) $h = 6$ (iii) $h = -5$

3. (i) $l = -\frac{3}{2},\ m = -18$ (ii) $l = 2\ ,\ m = -\frac{1}{2}$

4. (i) $-6, 2, 4$ (ii) $-2, \frac{1}{2}, 3$ (iii) $\frac{-3}{4}, -1, 2$

5. (i) $-3, -1, 1, 3$ (ii) $-4, -2, 1, 3$

مشق 2.7

1. $\{(4, 1), (-6, 11)\}$
2. $\{(1, 1), (-5, -8)\}$
3. $\left\{(2, -5), \left(\frac{7}{2}, \frac{-7}{2}\right)\right\}$
4. $\left\{(a, -b), \left(\frac{a-b}{2}, \frac{a-b}{2}\right)\right\}$
5. $\{(-3, 2), (-1, -2)\}$
6. $\{(0, 1), (-3, -2)\}$
7. $\{(\pm 2, \pm 3)\}$
8. $\{(\pm 2, \pm\sqrt{2})\}$

9. $\{(\pm1, \pm1)\}$

10. $\left\{\left(\frac{5}{3}, \frac{-1}{3}\right), \left(\frac{-5}{3}, \frac{1}{3}\right), (1, 1), (-1, -1)\right\}$

11. $\left\{(3, 1), (-3, -1), \left(\frac{-4\sqrt{6}}{3}, \sqrt{6}\right), \left(\frac{4\sqrt{6}}{3}, -\sqrt{6}\right)\right\}$

12. $\left\{\left(\frac{5}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{2\sqrt{2}}\right), \left(\frac{-5}{2\sqrt{2}}, \frac{-3}{2\sqrt{2}}\right)\right\}$

13. $\left\{\left(\frac{7}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right), \left(\frac{-7}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right), \left(-\sqrt{3}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right), \left(\sqrt{3}, \frac{-2}{\sqrt{3}}\right)\right\}$

مشق 2.8

1. 13, 14
2. 4, 5, 6.
3. 12
4. $\frac{-1}{12}, 2$
5. $4, -\frac{1}{4}$
6. 81
7. (3, 6), (6, 3)
8. $x = 5, y = 4$
9. 11, 7
10. 25 سم by 15 سم یا 15 سم by 25 سم

متفرق مشق 2

.1 کثیر الانتخابی سوالات:

(i) (c) (ii) (b) (iii) (b) (iv) (a)

(v) (a) (vi) (b) (vii) (c) (viii) (c)

(ix) (d) (x) (c) (xi) (a) (xii) (a)

(xiii) (c) (xiv) (d) (xv) (d) (xvi) (a)

.2 مختصر جوابات

(i) (a) خیالی (b) ناطق (حقیقی) نابرابر

(c) غیر ناطق (حقیقی)، نابرابر (d) ناطق (حقیقی)، برابر

(ii) $w^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ (iv) 1

(vi) 0 (vii) 64 (viii) $x^2 + 3x + 9 = 0$

(ix) $Q(x) = x^2 + 5x + 10,\ R = 22$ (xi) مجموعہ $= -\frac{3q}{2p}$ ، حاصل ضرب $= -\frac{2r}{p}$

(xii) $\frac{10}{9}$ (xiii) (a) $\frac{-39}{16}$ (b) $-\frac{13}{8}$ (c) $\frac{\sqrt{-87}}{4}$

(xiv) (a) $x^2 + 5x + 7 = 0$ (b) $x^2 - 10x + 28 = 0$

3. خالی جگہ پر کریں۔

(i) $b^2 - 4ac$ (ii) برابر (iii) حقیقی (iv) خیالی

(v) ناطق (vi) غیرناطق (vii) $-\frac{b}{a}$ (viii) $\frac{c}{a}$

(ix) $\frac{5}{7}$ (x) $\frac{-9}{5}$ (xi) $\frac{1}{\alpha\beta}$ (xii) $1, w, w^2$

(xiii) صفر (xiv) w^2 (xv) $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

(xvi) $x^2 + 2x + 4 = 0$

یونٹ 3: تغیرات

مشق 3.1

1. (i) $3:5 ; \frac{3}{5}$ (ii) $3:2 ; \frac{3}{2}$ (iii) $16:11 ; \frac{16}{11}$
(iv) $11:24 ; \frac{11}{24}$ (v) $1:3 ; \frac{1}{3}$

2. (i) 7 : 12 (ii) 7 : 5

3. 4 : 5 4. $p = 8$ 5. $x = 1$ 6. $x = 3$; 15 اور 24

7. $x = 2$; 8 اور 26 8. 400 روپے 9. 51 : 7

10. (i) 7 (ii) $9bx$ (iii) $4l$

11. (i) $x = 2$ (ii) $x = 1$ (iii) $x = 38$
(iv) $x = p^2 - q^2$ (v) $x = 4$

مشق 3.2

1. (i) $y = 4x$ (ii) $y = 20$ (iii) $x = 7$

2. (i) $y = \frac{7}{3}x$ (ii) $x = 15, y = 42$

3. $R = \frac{5}{8}T$, $R = 40$, $T = 32$ 4. $R = 32$ 5. $V = \frac{5}{27}R^3$, $R = 15$

6. $w = 3u^3$, $w = 375$ 7. $y = \frac{14}{x}$, $y = \frac{1}{9}$ 8. $y = \frac{12}{x}$, $x = \frac{1}{2}$

9. $w = \frac{35}{z}$, $w = \frac{4}{5}$ 10. $A = \frac{18}{r^2}$, $r = \pm\frac{1}{2}$ 11. $a = \frac{48}{b^2}$, $a = \frac{3}{4}$

12. $V = \frac{135}{r^3}$, $V = \frac{5}{8}$, $r = \frac{3}{4}$ 13. $m = \frac{128}{n^3}$, $m = \frac{16}{27}$, $n = \frac{2}{3}$

مشق 3.3

1.	(i)	24	(ii)	$9a$	(iii)	$\frac{a-b}{a+b}$
	(iv)	$(x^2+xy+y^2)^2$	(v)	$(x-2y)^2$	(vi)	$\frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$
2.	(i)	24	(ii)	$9x^4$	(iii)	$14b^2$
	(iv)	$5x^3$	(v)	$p-q$	(vi)	p^2-pq+q^2
3.	(i)	± 30	(ii)	$\pm 10x^5y^3$	(iii)	$\pm 45p^2q^3r^5$
	(iv)	$\pm(x-y)$				
4.	(i)	$p=\pm 15$	(ii)	$x=\pm 12$	(iii)	$p=8, -4$
	(iv)	$m=17, -11$				

مشق 3.4

2. (i) 2 (ii) 2 (iii) $\frac{4(b-a)}{a+b}$ (iv) $\frac{2(z^2-y^2)}{yz}$

(v) 2 (vi) $\left\{\frac{9}{2}, \frac{11}{3}\right\}$ (vii) $\pm\sqrt{\frac{5}{2}}$ (extraneous root), ϕ or { }

(viii) $\{2p, -2p\}$ (ix) $\{7\}$

مشق 3.5

1.	$s=\frac{14u^2}{9v}, \frac{28}{5}$	2.	$w=\frac{1}{36}xy^2z, \frac{49}{3}$	3.	$y=\frac{3x^3}{z^2t}, \frac{2}{3}$
4.	$u=\frac{7x^2}{4yz^3}, \frac{21}{8}$	5.	$v=\frac{7xy^3}{8z^2}, \frac{14}{3}$	6.	$w=\frac{135}{u^3}, \frac{5}{8}$

مشق 3.7

1. (i) $A=48$ مربع یونٹس (ii) $l=2$
2. $S=4\pi r^2$, $r=3$
3. (i) $S=2.5$ انچ (ii) $F=16$ پونڈ
4. $I=45$ کینڈل پاور 5. $d=20$ فٹ 6. 297000 روپے
7. $l=20$ فٹ 8. $p=12$ ہارس پاور 9. 968000

متفرق مشق 3

.1 کثیر الانتخابی سوالات۔

(i) (b)	(ii) (c)	(iii) (b)	(iv) (a)
(v) (c)	(vi) (a)	(vii) (d)	(viii) (b)
(ix) (a)	(x) (a)	(xi) (c)	(xii) (b)
(xiii) (a)	(xiv) (d)	(xv) (a)	

.2 مختصر جوابات۔

(vi) $x = 10$	(vii) $y = \pm\frac{4}{3}$	(viii) $v = 2$
(ix) $\frac{21}{4}$	(x) ± 28	(xi) $\frac{4}{7}$
(xii) $y = \frac{8x^2}{7z}$	(xiii) $z = 6xy$	(xiv) $\frac{18}{v^2}$

.3 خالی جگہ پر کریں۔

(i) $\frac{x+y}{x-y}$	(ii) پہلی رقم	(iii) دوسری رقم
(iv) طرفین	(v) وسطین	(vi) $p = 14$
(vii) $m = 8$	(viii) ky	(ix) $\frac{v}{k}$
(x) p^2w	(xi) $\frac{4}{3}$	(xii) 2
(xiii) $\pm 2mn^2p^3$	(xiv) $m = \pm 6$	

یونٹ 4: جزوی کسریں

مشق 4.1

1. $\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x-3}$
2. $\frac{-1}{x-4}+\frac{2}{x+3}$
3. $\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x+1}$
4. $\frac{-1}{x-1}+\frac{2}{x+3}$
5. $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x+2}$
6. $\frac{3}{x-4}+\frac{4}{x-3}$
7. $1+\frac{9}{5(x-2)}-\frac{4}{5(x+3)}$
8. $2x+3+\frac{5}{3x+1}+\frac{1}{x-1}$

مشق 4.2

1. $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{x-2}$
2. $\frac{2}{x+2}+\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{1}{x+3}$

3. $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$

4. $x+1-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x-1}$

5. $\frac{-6}{3x+2}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{(x+1)^2}$

6. $\frac{1}{4(x+1)}-\frac{1}{4(x-1)}+\frac{1}{2(x-1)^2}$

7. $3+\frac{3}{x+2}-\frac{2}{(x+2)^2}$

8. $\frac{1}{4(x-1)}-\frac{1}{4(x+1)}-\frac{1}{2(x+1)^2}$

مشق 4.3

1. $\frac{-2}{x+3}+\frac{2x-3}{x^2+1}$

2. $\frac{x+12}{5(x^2+1)}-\frac{1}{5(x+3)}$

3. $\frac{1}{2(x+1)}-\frac{x-1}{2(1+x^2)}$

4. $\frac{17x-6}{5(x^2+1)}-\frac{17}{5(x+3)}$

5. $\frac{-2}{13(x+3)}+\frac{2x+33}{13(x^2+4)}$

6. $\frac{1}{2(x+2)}+\frac{x-2}{2(x^2+4)}$

7. $\frac{1}{3(x+1)}-\frac{x-2}{3(x^2-x+1)}$

8. $\frac{2}{3(x+1)}+\frac{x+1}{3(x^2-x+1)}$

مشق 4.4

1. $\frac{x}{x^2+4}-\frac{4x}{(x^2+4)^2}$

2. $\frac{1}{(x+1)}+\frac{x}{(x^2+1)^2}$

3. $\frac{1}{4(1+x)}-\frac{x-1}{4(x^2+1)}+\frac{x-1}{2(x^2+1)^2}$

4. $\frac{1}{4(x-1)}-\frac{x+1}{4(x^2+1)}+\frac{x+1}{2(1+x^2)^2}$

5. $1-\frac{4}{x^2+2}+\frac{4}{(x^2+2)^2}$

6. $x-\frac{2x}{x^2+1}+\frac{x}{(x^2+1)^2}$

متفرق مشق 4

1. (i) (c) (ii) (c) (iii) (b) (iv) (d) (v) (c)
(vi) (c) (vii) (b) (viii) (a) (ix) (b) (x) (c)

2. (v) $\frac{-4}{x+2}+\frac{5}{x+3}$

(vi) $\frac{1}{2(x-1)}-\frac{1}{2(x+1)}$

(vii) $\frac{3}{2}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)$

(viii) $\frac{1}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}$

(ix) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x-a}\right]$

(x) ہاں، ایک مماثلت ہے۔

یونٹ 5: سیٹ اور تفاعل

مشق 5.1

1. (i) $\{1, 2, 4, 5, 7, 9\}$ (ii) $\{4, 9\}$ (iii) $\{1, 2, 4, 5, 7, 9\}$
   (iv) $\{4, 9\}$
2. (i) $Y \cup \{13, 17\}$ (ii) $Y \cup \{13, 17\}$ (iii) $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
   (iv) $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
3. (i) $Y \cup \{13, 17\}$ (ii) T (iii) Y
   (iv) Φ (v) Φ (vi) T
4. (i) $\{18, 20, 21, 22, 24, 25\}$ (ii) $\{18, 20, 21, 22, 24, 25\}$
   (iii) $\{4, 5, \cdots, 10, 12, 14, 15, 16, 18, \cdots, 25\}$
   (iv) $\{4, 5, \cdots, 10, 12, 14, 15, 16, 18, \cdots, 25\}$
5. (i) $\{2, 6, 10, 14, 18\}$ (ii) $\{24\}$
6. (i) Φ (ii) $\{0\}$

مشق 5.2

1. (i) $\{0, 1, 2, 3, \cdots, 20, 23\}$ (ii) $\{0, 1, 2, 3, \cdots, 20, 23\}$ (iii) Φ
   (iv) Φ (v) $\{1, 2, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$
   (vi) $\{1, 2, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$ (vii) $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
   (viii) $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

مشق 5.4

1. $A \times B = \{(a, c), (a, d), (b, c), (b, d)\}$
   $B \times A = \{(c, a), (c, b), (d, a), (d, b)\}$
2. $A \times B = \{(0, -1), (0, 3), (2, -1), (2, 3), (4, -1), (4, 3)\}$
   $B \times A = \{(-1, 0), (-1, 2), (-1, 4), (3, 0), (3, 2), (3, 4)\}$
   $A \times A = \{(0, 0), (0, 2), (0, 4), (2, 0), (2, 2), (2, 4), (4, 0), (4, 2), (4, 4)\}$
   $B \times B = \{(-1, -1), (-1, 3), (3, -1), (3, 3)\}$

3. (i) $a = 6, \quad b = 3$ (ii) $a = 1, \quad b = 7$ (iii) $a = \frac{10}{3}, \quad b = -6$

4. $X = \{a, b, c, d\}; \quad Y = \{a\}$

5. (i) 6 (ii) 6 (iii) 9

مشق 5.5

1. $R_1 = \{(a, 3), (b, 4), (c, 3)\}$

   $R_2 = \{(a, 4), (b, 3), (c, 4)\}$

   $R_3 = \{(3, a), (4, a)\}$

   $R_4 = \{(3, b), (4, b), (3, c), (4, c)\}$

2. $R_1 = \{(-2, -2), (-2, 1), (1, 2), (2, 2)\}$,

   ڈومین $R_1 = \{-2, 1, 2\} = \text{L}$, رینج $R_1 = \{-2, 1, 2\}$

   $R_2 = \{(-2, 1), (1, 1), (-2, 2)\}$;

   ڈومین $R_2 = \{-2, 1\}$, رینج $R_2 = \{1, 2\}$

3. $R_1 = \{(a, a), (a, b)$; $R_2 = \{(b, c), (c, c)\}$

   $R_1 = \{(a, d), (b, g)\}$; $R_2 = \{(a, f), (b, e), (c, f)\}$

   $R_1 = \{(d, e), (d, f)\}$; $R_2 = \{(e, e), (f, f), (g, g)\}$

4. $2^{5\times5} = 2^{25}$

5. (i) $R_1 = \{(3, 2), (4, 2), (5, 2), (4, 3), (5, 3)\}$

   (ii) $R_2 = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$

   (iii) $R_3 = \{(1, 5), (3, 3), (4, 2)\}$

   (iv) $R_4 = \{(1, 3), (3, 5), (5, 7)\}$

6. (i) بائی جیکٹیو تفاعل

   ڈومین $R_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, رینج $R_1 = \{1, 2, 3, 4\}$

   (ii) ربط

   ڈومین $R_2 = \{1, 2, 3\}$, رینج $R_2 = \{1, 2, 4, 5\}$

   (iii) آن ٹو تفاعل

   ڈومین $R_3 = \{\text{b, c, d}\}$, رینج $R_3 = \{\text{a}\}$

(iv) آن ٹو تفاعل

ڈومین $R_4 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, رینج $R_4 = \{1, 3, 4\}$

(v) بائی جیکٹیو تفاعل

ڈومین $R_5 = \{a, b, c, d\}$, رینج $R_5 = \{a, b, d, e\}$

(vi) ربط

ڈومین $R_6 = \{1, 2, 3\}$, رینج $R_6 = \{2, 3, 4\}$

(vii) ون۔ون اِن ٹو تفاعل

ڈومین $R_7 = \{1, 3, 5\}$, رینج $R_7 = \{p, r, s\}$

(viii) ربط

ڈومین $R_8 = \{1, 3, 7\}$, رینج $R_8 = \{a, b, c\}$

متفرق مشق 5

.1 کثیر الانتخابی سوالات۔

(i)	(c)	(ii)	(d)	(iii)	(c)	(iv)	(b)	(v)	(d)
(vi)	(c)	(vii)	(d)	(viii)	(c)	(ix)	(b)	(x)	(a)
(xi)	(c)	(xii)	(a)	(xiii)	(a)	(xiv)	(d)	(xv)	(c)
(xvi)	(b)	(xvii	(b)	(xviii	(c)	(xix)	(b)	(xx)	(c)

.2 مختصر جوابات۔

(i) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. A تحتی سیٹ ہے B کا

(ii) $\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

(x) (i) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (ii) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

.3 خالی جگہ پُر کریں۔

(i)	B	(ii)	غیر متراکب	(iii)	$A = B$
(iv)	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$	(v)	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$		
(vi)	ϕ	(vii)	U	(viii)	ϕ
(ix)	U	(x)	$A \setminus B$	(xi)	تیسرا ربع
(xii)	چوتھا ربع	(xiii)	صفر	(xiv)	صفر

(xv) {a, b, c} (xvi) {a, b, c} (xvii) جان وین

(xviii) ثنائی ربط (xix) آن ٹو (xx) نہیں

یونٹ 6: بنیادی شماریات

مشق 6.1

4.

جماعتی وقفہ	2—3	4—5	6—7	8—9	10—11	12—13	14—15
تعددی تقسیم	2	1	9	5	6	5	3

a) 6 — 7 b) 4 — 5

مشق 6.2

3. (i) 24.5 (ii) 290

4. (i) 24.5 (ii) 290

5. 32.5

6. A.M= 9.620 G.M=8.553 H.M = 8.089

7. عادہ=9 وسطانیہ=7

8. عادہ = 2 وسطانیہ = 2

9. اوسط = 10.478 وسطانیہ = 10.625 عادہ = 13.5

10. (i) اوسط اوزان = 74 نمبر (ii) اوسط =72.8 نمبر

11. اوسط اوزان = 41.15 روپے فی لٹر

12.

2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
-------	113.33	126	142.66	159.33	178	195.33	208.67	220	-------

مشق 6.3

4. سعت = 3500 S.D. = 1585.244

5. a- (i) S.D. = 4.87 (ii) S.D. = 3.87 b- تغیریت = 6.85

6. اوسط = 27.0935 S.D. =3.136

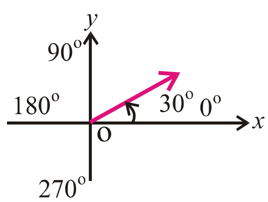
7. سعت = 43

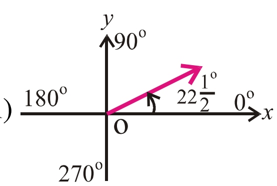
متفرق مشق 6

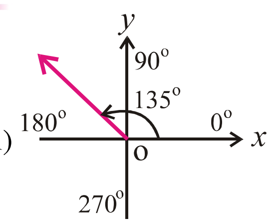
1. (i) (b) (ii) (b) (iii) (a) (iv) (c) (v) (b)
(vi) (a) (vii) (a) (viii) (a) (ix) (b) (x) (c)
(xi) (b) (xii) (a) (xiii) (c) (xiv) (c) (xv) (a)
(xvi) (a) (xvii) (b) (xviii) (b) (xix) (a) (xx) (b)
(xxi) (a) (xxii) (c)

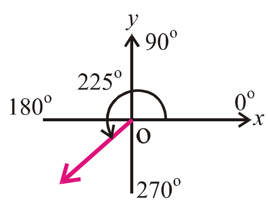
یونٹ 7: جیومیٹری کا تعارف

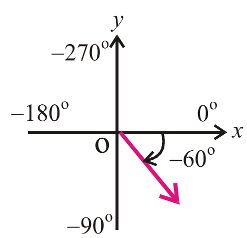
مشق 7.1

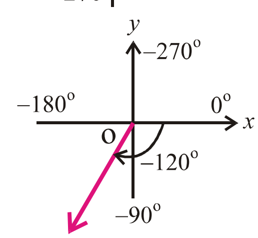
1. (i)


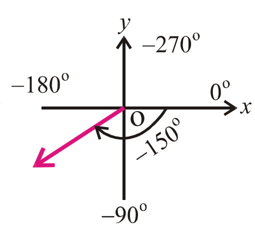
(ii)


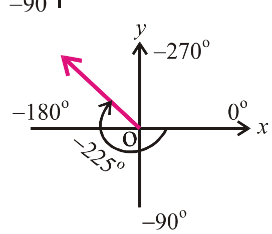
(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)


(viii)


2. (i) 45.5° (ii) 60.5083° (iii) 125.3805°

3. (i) 47°21′36″ (ii) 125°27′ (iii) 225°45′ (iv) −22°30′ (v) −67°34′48″
(vi) 315°10′48″

4. (i) $\frac{\pi}{6}$ (ii) $\frac{\pi}{3}$ (iii) $\frac{3\pi}{4}$ (iv) $\frac{5\pi}{4}$ (v) $\frac{-5\pi}{6}$
(vi) $\frac{-5\pi}{4}$ (vii) $\frac{5\pi}{3}$ (viii) $\frac{7\pi}{4}$

5. (i) 135° (ii) 150° (iii) 157.5° (iv) 146.25° (v) 171.8869°

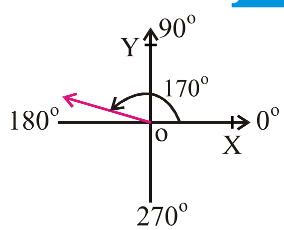
(vi) 257.83° (vii) −157.5° (viii) −146.25°

مشق 7.2

1. (i) 0.57 ریڈین (ii) 1.8 ریڈین
2. (i) 15.4 سم (ii) 15.84 ملی میٹر
3. (i) 16 سم (ii) 66.21 سم
4. 18 میٹر
5. 220 میٹر
6. $\frac{\pi}{2}$ ریڈین
7. 12.57 سم
8. 105.56 مربع سم
9. (a) 18.85 مربع سم (b) 157.08 مربع سم
10. $\frac{49\pi}{18}$ مربع میٹر یا 8.55 مربع میٹر
11. 2972.39 مربع سم
12. 31.42 مربع سم
13. 5 ریڈین

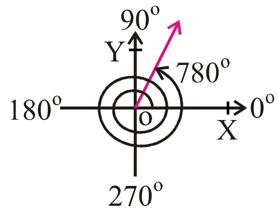
مشق 7.3

1. (i)



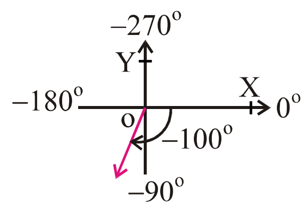
مثبت ہم بازوزاویہ $360° + 170° = 530°$
منفی ہم بازوزاویہ $-190°$

(ii)



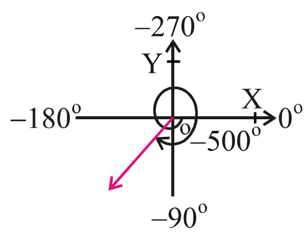
مثبت ہم بازوزاویہ $60°$
منفی ہم بازوزاویہ $-300°$

(iii)



مثبت ہم بازوزاویہ $260°$
منفی ہم بازوزاویہ $-360° - 100° = -460°$

(iv)



مثبت ہم بازوزاویہ $220°$
منفی ہم بازوزاویہ $-140°$

2. (i) 90°, 180° (ii) 270°, 360° (iii) 540°, 630° (iv) 0°, 90°
3. (i) $0, \frac{\pi}{2}$ (ii) $\frac{\pi}{2}, \pi$ (iii) $0, \frac{-\pi}{2}$ (iv) $\frac{-\pi}{2}, -\pi$

4. (i) II (ii) III (iii) IV (iv) II (v) I (vi) III

5. (i) $+ve$ (ii) $-ve$ (iii) $-ve$ (iv) $-ve$ (v) $+ve$ (vi) $-ve$

6. (i) II, $\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\sqrt{13}}{3}$; $\cos\theta = \frac{-2}{\sqrt{13}}$; $\sec\theta = -\frac{\sqrt{13}}{2}$; $\tan\theta = \frac{-3}{2}$; $\cot\theta = \frac{-2}{3}$

(ii) III, $\sin\theta = \frac{-4}{5}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{-5}{4}$; $\cos\theta = \frac{-3}{5}$; $\sec\theta = \frac{-5}{3}$; $\tan\theta = \frac{4}{3}$; $\cot\theta = \frac{3}{4}$

(iii) I, $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{3}$; $\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$; $\sec\theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$; $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cot\theta = \sqrt{2}$

7. $\sec\theta = \frac{-3}{2}$; $\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{3}{\sqrt{5}}$ or $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; $\tan\theta = \frac{-\sqrt{5}}{2}$; $\cot\theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}$

8. $\sin\theta = \frac{-4}{5}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{-5}{4}$; $\cos\theta = \frac{-3}{5}$; $\sec\theta = \frac{-5}{3}$; $\cot\theta = \frac{3}{4}$

9. $\tan\theta = -1$; $\sec\theta = \sqrt{2}$; $\operatorname{cosec}\theta = -\sqrt{2}$

10. $\sin\theta = \frac{12}{13}$; $\cos\theta = \frac{5}{13}$; $\sec\theta = \frac{13}{5}$; $\tan\theta = \frac{12}{5}$; $\cot\theta = \frac{5}{12}$

11. (i) $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{4}{\sqrt{7}}$; $\cos\theta = \frac{3}{4}$; $\sec\theta = \frac{4}{3}$; $\tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\cot\theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$

(ii) $\sin\theta = \frac{8}{17}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{17}{8}$; $\cos\theta = \frac{15}{17}$; $\sec\theta = \frac{17}{15}$; $\tan\theta = \frac{8}{15}$; $\cot\theta = \frac{15}{8}$

(iii) $\sin\theta = \frac{2\sqrt{10}}{7}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{7}{2\sqrt{10}}$; $\cos\theta = \frac{3}{7}$; $\sec\theta = \frac{7}{3}$; $\tan\theta = \frac{2\sqrt{10}}{3}$; $\cot\theta = \frac{3}{2\sqrt{10}}$

12. (i) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (iv) 1 (v) $\frac{-1}{2}$ (vi) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (vii) 0 (viii) 0

(ix) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (x) $\frac{-1}{2}$ (xi) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (xii) $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

مشق 7.4

1. $\tan^2 x$ 2. $\tan^2 x$ 3. $\sin x$ 4. $\sin^2 x$
5. $\tan^2 x$ 6. $\cos^2 x$

مشق 7.5

1. 59.74^o 2. 18.652 میٹر 3. 75.5^o یا $75^o30'$
4. 27.47^o 5. 4924.04 میٹر 6. 3356.4 میٹر 7. 28.72 میٹر
8. 0.199 میل 9. 25.94 فٹ 10. 2928.2 فٹ
11. 164 میٹر ; 164 میٹر (یا 163.93) 12. 20.33 میٹر

متفرق مشق 7

Q.1. (i) (*a*) (ii) (*d*) (iii) (*c*) (iv) (*b*) (v) (*c*)
(vi) (*b*) (vii) (*a*) (viii) (*b*) (ix) (*c*) (x) (*b*)

Q.2. (iii) $10800'$ (v) 45^o (vi) $\frac{\pi}{12}$ ریڈین (vii) 2 ریڈین (viii) 71.27 سم (x) $\frac{40}{9}$

Q.3. (i) 180^o (ii) III (iii) IV
(iv) $\frac{1}{2}r^2\theta$ (v) 6 مربع سم
(vi) $2k\pi + 120^o$ جبکہ $k = 1$ (vii) $\theta = 30^o$ یا $\frac{\pi}{6}$ ریڈین (viii) 2
(ix) $\text{cosec}^2\theta$ (x) $\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$

یونٹ 8: مثلث کے ایک ضلع کا ظِل (سایہ)

مشق 8.1

1. 2.646 سم , $\frac{\sqrt{3}}{2}$ مربع سم 2. $m\overline{AC} = 2\sqrt{29}$ سم

مشق 8.2

1. $m\overline{BC} \approx 5.29$ سم 2. 5.45 سم

متفرق مشق 8

3. $\simeq 4.58$ سم 4. $\simeq 4.12$ سم 5. 15 سم
6. 6 سم 7. 90^o 8. $\simeq (61.9)^0$
9. حادۃ الزاویہ 10. قائمۃ الزاویہ

یونٹ 9: دائرے کا وتر

مشق 9.1

3. 10 سم 4. ≃ 14.97 سم

مشق 9.2

3. 7 سم

متفرق مشق 9

1. (i) (*c*) (ii) (*a*) (iii) (*d*) (iv) (*c*) (v) (*a*)
(vi) (*b*) (vii) (*c*) (viii) (*b*) (ix) (*a*) (x) (*c*)
(xi) (*b*) (xii) (*b*) (xiii) (*d*) (xiv) (*c*)

یونٹ 10: دائرے کا مماس

مشق 10.2

2. 4 سم 3. ≃ 16.96 سم

متفرق مشق 10

1. (i) (*c*) (ii) (*a*) (iii) (*d*) (iv) (*b*) (v) (*d*)
(vi) (c) (vii) (*b*) (viii) (*d*) (ix) (*c*) (x) (*a*)
(xi) (*c*) (xii) (*b*) (xiii) (*b*)

یونٹ 11: وتر اور قوس

متفرق مشق 11

1. (i) (*d*) (ii) (*c*) (iii) (*b*) (iv) (*b*) (v) (*a*)
(vi) (*c*) (vii) (*b*) (viii) (*c*) (ix) (*a*) (x) (*b*)

یونٹ 12: قطعہ دائرے میں زاویہ

متفرق مشق 12

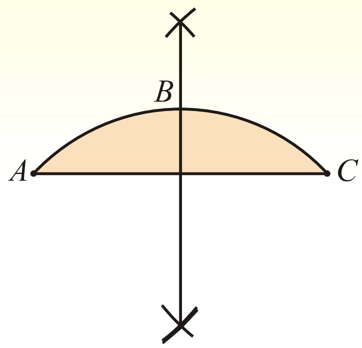
1. (i) (*c*) (ii) (*d*) (iii) (*a*) (iv) (*c*) (v) (*b*)
(vi) (*d*) (vii) (*d*) (viii) (*b*) (ix) (*d*) (x) (*c*)

یونٹ 13: عملی جیومیٹری۔۔ دائرے

مشق 13.1

1

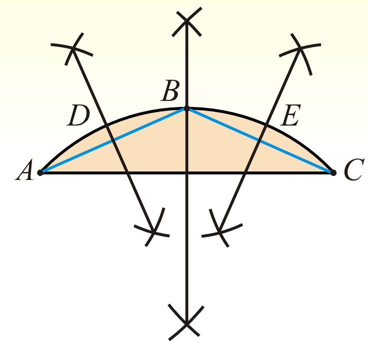
(i)



قوس AC کے دو برابر حصے

$\widehat{AB}, \widehat{BC}$

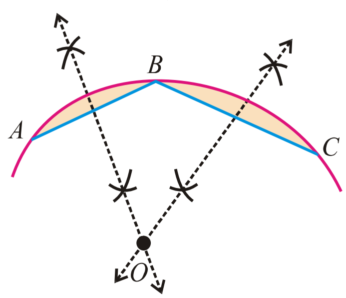
(ii)



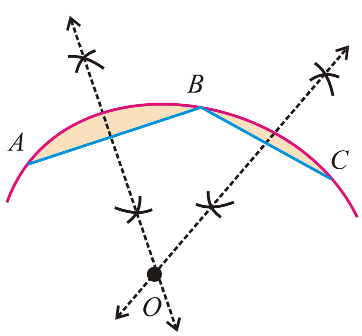
قوس AC کے چار برابر حصے

$\widehat{AD}\ ,\ \widehat{DB}\ ,\ \widehat{BE}\ ,\ \widehat{EC}$

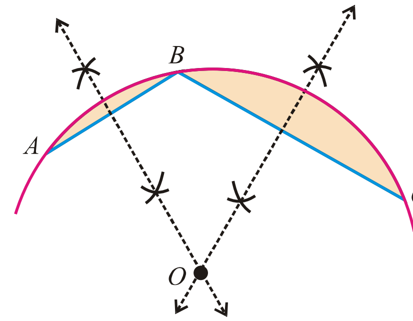
2



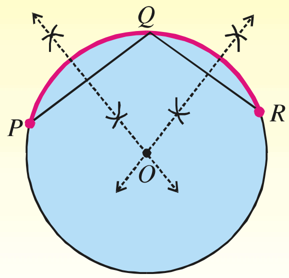
3(i)



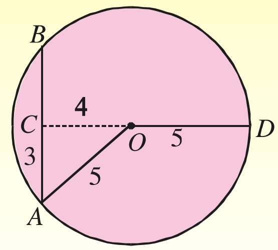
(ii)



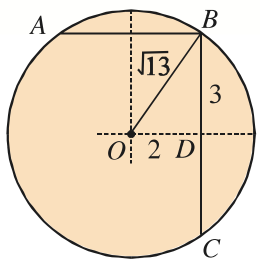
4



5.



6.



مشق 13.2

1. رداس = 3.3 سم   2. 1 سم، تقریباً   3. 2.3 سم

متفرق مشق 13

.1 کثیر الانتخابی سوالات۔

(i)	(*c*)	(ii)	(*b*)	(iii)	(*a*)	(iv)	(*a*)	(v)	(*b*)
(vi)	(*c*)	(vii)	(*a*)	(viii)	(*c*)	(ix)	(*a*)	(x)	(*c*)
(xi)	(*a*)	(xii)	(*a*)	(xiii)	(*b*)	(xiv)	(*b*)	(xv)	(*c*)
(xvi)	(*b*)	(xvii)	(*b*)	(xviii)	(*c*)				

2. (ii) 24 سم   (iii) $\frac{360^o}{n}$ (iv) 25 سم

.3 خالی جگہ پر کریں۔

(i)	محیط	(ii)	حد	(iii)	وتر	(iv)	مرکز
(vi)	منطبق	(vi)	کم	(vii)	بڑا	(viii)	ایک
(ix)	غیر خطی	(x)	قائمہ	(xi)	تماس، مرکز	(xii)	خطی
(xiii)	دو	(xiv)	عمود	(xv)	مماس	(xvi)	دو
(xvii)	مرکز	(xviii)	برابر	(xix)	برابر	(xx)	مساوی الاضلاع
(xxi)	ہم مرکز	(xxii)	محصور مرکز			(xxiii)	محاصر مرکز
(xxiv)	محصور رداس	(xxv)	محاصر رداس				

علامات اور مخففات

(Symbols and Abbreviations)

Adj. A	A کا ایڈ جائنٹ	$\because$	کیونکہ
A^t	A کا ٹرانسپوز	det A or $\lvert A \rvert$	A کا مقطع
A^{-1}	A کا معکوس	π	پائی
Add	جمع	$a \times 10^n$	سائنسی ترقیم
$\log_a x$	a اساس سے x کا لوگارتھم	pt	نقطہ
i	آئیوٹا جو -1 کے برابر ہوتا ہے۔	w.r.t.	کے لحاظ سے
+ve	مثبت	−ve	منفی
$\in$	رکن ہے	$\notin$	رکن نہیں ہے
$\forall$	تمام کے لیے	$=$	برابر
$\exists$	وجود	$\neq$	برابر نہیں
Alt	متبادل	$\therefore$	اس لئے
Constr	عمل (بناوٹ)	i.e.	یعنی
Cor	نتیجہ صریح	$\Rightarrow$	امپلائز
Corresp	متناظرہ	$^\circ$	ڈگری (درجہ)
Def	تعریف	/	منٹ یا فٹ
Ext	بیرونہ	//	سیکنڈ یا انچ
Fig	شکل	cm	سم
Iff	صرف اور صرف	$\approx / \simeq$	تقریباً
Iso	متماثل الساقین	$\cong$	متماثل
Mid pt.	درمیانی نقطہ	$\leftrightarrow$	مطابقت
perp	عمود	Δ^s	مثلثیں
prob.	سوال	$\geq$	بڑا یا برابر ہے۔

Quad.	چوکور	$\leq$	چھوٹا یا برابر ہے۔
Rect	مستطیل	$\lfloor$rt	قائمہ زاویہ
Rhmb	معین	Δ	مثلث
Sq	مربع	$\perp$	عمود
st line	سیدھا خط	$\parallel$	متوازی
Th	مسئلہ	$\parallel$ gm	متوازی الاضلاع
Trap	ذوزنقہ	$\odot$	دائرہ
vert opp.	راسی متقابل	O^{ce}	محیط
Q.E.D	فھو المطلوب	$\widehat{AB}$	قوس AB
θ	تھیٹا	$\overline{AB}$	قطعہ خط AB
ω	اومیگا	Φ	فائی

(Table of Logarithm)لوگرتھم کا جدول

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170						4	9	13	17	21	26	30	34	38
						0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	0414	0453	0492	0531	0569						4	8	12	15	19	23	27	31	35
						0607	0645	0682	0719	0755	4	7	11	15	19	22	26	30	33
12	0792	0828	0864	0899	0934						3	7	11	14	18	21	25	28	32
						0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	20	24	27	31
13	1139	1173	1206	1239	1271						3	7	10	13	16	20	23	26	30
						1303	1335	1367	1399	1430	3	7	10	13	16	19	22	25	29
14	1461	1492	1523	1553	1584						3	6	9	12	15	19	22	25	28
						1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	17	20	23	26
15	1761	1790	1818	1847	1875						3	6	9	11	14	16	20	23	26
						1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	19	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148						3	5	8	11	14	17	19	22	24
						2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	10	13	16	18	21	23
17	2304	2330	2355	2380	2405						3	5	8	10	13	15	18	20	23
						2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648						2	5	7	9	12	14	16	19	21
						2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	11	14	16	18	21
19	2788	2810	2833	2856	2878						2	4	7	9	11	13	16	18	20
						2900	2923	2945	2967	2989	2	4	6	8	11	13	15	17	19
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3785	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

(Table of Logarithms) لوگرتھم کا جدول

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8738	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9603	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

اینٹی لوگرتھم کا جدول (Table of Antiogarithm)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.01	1023	1026	1027	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	0	1	1	1	2	2	2	2
.05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.09	1230	1235	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
.43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
.49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

(Table of Antiogarithm)اینٹی لوگرتھم کا جدول

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
.51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
.56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
.59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	6	6	7	8
.60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
.61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
.67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
.68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
.69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
.70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
.71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
.72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
.73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
.74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
.75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
.76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
.77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
.78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
.79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
.80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
.81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
.84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
.85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
.88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
.89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
.90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
.91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
.92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
.93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
.96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
.97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
.98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
.99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

اصطلاحات

یونٹ 1

دو درجی مساوات: مساوات جو کہ متغیر مقدار کے مربع پر مشتمل ہو مگر دو سے کم یا زیادہ طاقت نہ رکھے، دو درجی مساوات یا دوسرے درجے کی مساوات کہلاتی ہے۔

دو درجی مساوات کی معیاری شکل x **متغیر** (variable) میں دوسرے درجے کی مساوات $ax^2 + bx + c = 0$، $a \neq 0$ اور a, b, c حقیقی اعداد ہوں۔ عام یا معیاری دو درجی مساوات کہلاتی ہے۔ جبکہ x^2 کا عددی سر a، x کا عددی سر b اور مستقل رقم c ہے۔

معکوس مساوات: کوئی مساوات معکوس مساوات کہلاتی ہے اگر یہ تبدیل نہ ہو جب x کو $\frac{1}{x}$ میں تبدیل کیا جائے۔

قوت نمائی مساوات: قوت نمائی (exponential) مساواتوں میں متغیر قوت نماؤں میں ہوتا ہے۔

جذری مساوات: مساوات جس میں جملہ (expression) جذری علامت کے نیچے ہو، جذری مساوات کہلاتی ہے۔

یونٹ 2

فرق کنندہ: دو درجی جملے $ax^2 + bx + c$ کا فرق کنندہ "$b^2 - 4ac$" ہوتا ہے۔

جذر المکعب: اکائی کے جذر المکعب $1, \omega$ اور ω^2 ہوتے ہیں۔

غیر حقیقی جذر المکعب: اکائی کے غیر حقیقی جذر المکعب ω اور ω^2 ہیں۔

اکائی کے جذر المکعب کی خصوصیات:

(a) اکائی کے جذر المکعب کا حاصل ضرب "1" کے برابر ہوتا ہے یعنی $1 . \omega . \omega^2 = \omega^3 = 1$

(b) اکائی کا ہر ایک غیر حقیقی جذر المکعب دوسرے کا معکوس ہوتا ہے۔

(c) اکائی کا ہر ایک غیر حقیقی جذر المکعب دوسرے کے مربع (Square) کے برابر ہوتا ہے۔

(d) اکائی کے تمام جذر المکعب کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔ یعنی $1 + \omega + \omega^2 = 0$

دو درجی مساوات کے روٹس: دو درجی مساوات $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ کے روٹس (Roots)

$\alpha = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ اور $\beta = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ہیں۔

مجموعہ اور حاصل ضرب: دو درجی مساوات کے روٹس (Roots) کا مجموعہ اور حاصل ضرب بالترتیب $\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$ اور $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$ ہوتے ہیں۔

سمیٹرک تفاعل: دو درجی مساوات کے روٹس پر مشتمل ایسے تفاعل جن میں روٹس ایسے ہوتے ہیں کہ روٹس کو بدلنے سے جملے کی قیمت تبدیل نہ ہو تو ایسے تفاعل کو سمیٹرک تفاعل کہتے ہیں۔

دو درجی مساوات بنانا:

$$x^2 - (\text{روٹس کا مجموعہ})\, x + (\text{روٹس کا حاصلِ ضرب}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - (\alpha + \beta)\, x + \alpha\beta = 0$$

ترکیبی تقسیم: جب کثیر رقمی کو یک درجی کثیر رقمی سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ تو حاصل قسمت اور باقی معلوم کرنے کے طریقہ کو ترکیبی تقسیم کہتے ہیں۔

ہمزاد مساواتیں: دو متغیروں میں دو مساواتوں $f(x, y) = 0$ اور $g(x, y) = 0$ جن کا حل سیٹ مشترک ہو ہمزاد مساواتیں کہلاتی ہیں۔

یونٹ 3

نسبت: دو ہم قسم مقداروں کے درمیان تعلق نسبت کہلاتا ہے۔

تناسب: تناسب بیان کردہ دو نسبتوں کی برابری کو ظاہر کرتا ہے۔

اگر دو نسبتیں $a : b$ اور $c : d$ برابر ہوں۔ تو ہم ان کو $a : b = c : d$ لکھ سکتے ہیں۔

تغیر راست: اگر دو مقداروں کے درمیان اس طرح کا تعلق ہو کہ ایک مقدار کے بڑھنے (کم ہونے) سے دوسری مقدار اسی نسبت سے بڑھے (کم) ہو تو ایسے تغیر کو تغیر راست کہتے ہیں۔

تغیر معکوس: اگر دو مقداروں کے درمیان اس طرح کا تعلق ہو کہ جب ایک مقدار بڑھے اور دوسری اسی نسبت سے کم ہو تو ایسا تعلق تغیر معکوس کہلاتا ہے۔

تناسب کے مسئلے:

(1) مسئلہ عکس نسبت:

اگر $a : b = c : d$ ہو تو $b : a = d : c$

(2) مسئلہ ابدال نسبت:

اگر $a : b = c : d$ ہو تو $a : c = b : d$

(3) مسئلہ ترکیب نسبت:

اگر $a : b = c : d$ ہو تو

(i) $a + b : b = c + d : d$

اور (ii) $a : a + b = c : c + d$

(4) مسئلہ تفصیل نسبت:

اگر $a : b = c : d$ ہو تو

(i) $a - b : b = c - d : d$

اور (ii) $a : a - b = c : c - d$

(5) مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت:

اگر $a : b = c : d$ ہو تو

$a + b : a - b = c + d : c - d$

مشترک تغیر: ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات میں راست اور معکوس تغیروں کے ملنے سے مشترک تغیر بنتا ہے۔

K-طریقہ

(a) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ہو تو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ یا $a = bk$ اور $c = dk$

(b) اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ ہو تو $a = bk$, $c = dk$ اور $c = fk$

یونٹ 4

کسر: کسر دو اعداد یا الجبری جملوں کی نسبت ہوتی ہے۔

ناطق کسر: $\frac{N(x)}{D(x)}$ قسم کی کسر جس میں $N(x)$ اور $D(x)$ حقیقی عددی سروں والی کثیر رقمیاں ہوں، ناطق کسر کہلاتی ہے۔ جب کہ کسر میں $D(x)$، صفر کے برابر نہیں ہوتا۔ ہر کسری جملے کو دو کثیر رقمیوں کی نسبت میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

واجب کسر: ناطق کسر $\frac{N(x)}{D(x)}$ جبکہ $D(x) \neq 0$، واجب کسر کہلاتی ہے اگر شمار کنندہ میں کثیر رقمی $N(x)$ کا درجہ نسب نما میں کثیر رقمی $D(x)$ کے درجے سے کم ہو۔

غیر واجب کسر: ناطق کسر $\frac{N(x)}{D(x)}$ جبکہ $D(x) \neq 0$، غیر واجب کسر کہلاتی ہے اگر شمار کنندہ میں کثیر رقمی $N(x)$ کا درجہ نسب نما میں کثیر رقمی $D(x)$ کے درجے سے زیادہ ہو یا برابر ہو۔

جذری کسور: حاصل کسر $\frac{N(x)}{D(x)}$، کی تحلیل جب:

(a) نسب نما $D(x)$، غیر مکرر یک درجی اجزائے ضربی پر مشتمل ہو۔

(b) نسب نما $D(x)$، مکرر یک درجی جزو ضربی پر مشتمل ہو۔

(c) نسب نما $D(x)$، غیر مکرر، دو درجی جزو ضربی پر مشتمل ہو۔

(d) نسب نما $D(x)$، مکرر دو درجی جزو ضربی پر مشتمل ہو۔

یونٹ 5

سیٹ: کچھ مشترک خصوصیات کی حامل واضح اشیا کے مجموعہ کو سیٹ کہتے ہیں۔

سیٹوں کا یونین: دو سیٹوں A اور B کا یونین ایسے ارکان پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے جو A میں یا B میں یا دونوں میں ہوں۔ اس کو $A \cup B$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

سیٹوں کا تقاطع: دو سیٹوں A اور B کا تقاطع دونوں سیٹوں کے مشترک ارکان پر مشتمل سیٹ ہوتا ہے۔ اس کو $A \cap B$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ علامتی طور پر اسے $A \cap B = \{x \mid x \in A$ اور $x \in B\}$ لکھتے ہیں۔

سیٹوں کا فرق: سیٹ B اور A کے فرق کو $A - B$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس سیٹ میں B کے وہ ارکان ہوتے ہیں جو A میں نہیں ہوتے۔

کمپلیمنٹ سیٹ: U کے لحاظ سے سیٹ A کے کمپلیمنٹ سیٹ میں U کے وہ تمام ارکان ہوتے ہیں جو A میں نہیں ہوتے۔ اس کو $A^c = A' = U - A$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

بند اشکال: برطانوی ریاضی دان جان وین (1923-1834) نے یونیورسل سیٹ U کے لئے مستطیل کو پہلی دفعہ استعمال کیا اور اس کے تحتی سیٹوں A اور B کو اس کے اندر بند اشکال کے طور پر استعمال کیا۔

مترتب جوڑا: ایک مترتب جوڑے کے ارکان کو ایک خاص ترتیب سے لکھا جاتا ہے۔ جس میں ارکان کی ترتیب کی پابندی کی جاتی ہے۔ دو غیر خالی سیٹوں A اور B کی کارتیسی حاصلِ ضرب میں تمام مترتب جوڑے (x, y) ہوتے ہیں۔ جب کہ $x \in A, y \in B$ ہو تو اس سیٹ کو $A \times B$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

ثنائی ربط: اگر A اور B دو غیر خالی سیٹ ہوں اور $R \subseteq A \times B$ تو تحتی سیٹ R، A سے B میں ثنائی ربط کہلاتا ہے۔

تفاعل: اگر دو غیر خالی سیٹ A اور B ہوں تو ربط $f : A \to B$ تفاعل کہلاتا ہے اگر

(i) $\text{Dom}\, f = A$

(ii) ہر x جو A میں ہو، f کے صرف ایک ہی مترتب جوڑے کا پہلا رکن ہوتا ہے۔

تفاعل کی ڈومین اور رینج: f کا ڈومین سیٹ، f کے مترتب جوڑوں کے پہلے تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے اور f کا رینج سیٹ، f کے مترتب جوڑوں کے تمام دوسرے ارکان پر مشتمل ہوتا ہے۔

اِن ٹو تفاعل: ایک تفاعل $f : A \to B$، اِن ٹو تفاعل کہلاتا ہے اگر B کا کم از کم ایک رکن سیٹ A کے کسی رکن کا عکس (امیج) نہ ہو۔ یعنی $\text{Range}\, f \subseteq B$

آن ٹو تفاعل: ایک تفاعل $f : A \to B$، آن ٹو تفاعل کہلاتا ہے اگر سیٹ B کا ہر رکن سیٹ A کے کم از کم ایک رکن کا عکس ہو یعنی $\text{Range}\, f = B$

ون۔ ون تفاعل: ایک تفاعل $f : A \to B$، ون۔ ون تفاعل کہلاتا ہے اگر سیٹ A کے تمام واضح ارکان کے واضح عکس سیٹ B میں ہوں۔

بائی جیکٹیو تفاعل: $f : A \to B$، بائی جیکٹیو تفاعل کہلاتا ہے۔ اگر تفاعل f ون۔ ون اور آن ٹو ہو۔

مستقل تفاعل: ایک تفاعل $f : A \to B$ مستقل تفاعل کہلاتا ہے۔اگر $\forall x \in A$ کے لیے سیٹ B میں ایک رکن c ہو۔اس طرح کہ $f(x) = c$

مماثل تفاعل: ایک تفاعل $f : A \to A$ مماثل تفاعل کہلاتا ہے۔اگر $\forall x \in A$ کے لیے $f(x) = x$

یونٹ 6

تعددی تقسیم: خام مواد کو منظم یک طرفہ جدول کی صورت میں پیش کرنے کو تعددی تقسیم کہتے ہیں۔

جماعتی حدود:

(a) ہر جماعت یا گروہ میں دو قیمتیں ہوتی ہیں۔ایک چھوٹی اور دوسری بڑی۔اس گروہ (جماعت) کی چھوٹی قیمت کو زیریں (نچلی) جماعتی حد اور بڑی قیمت کو بالائی جماعتی حد کہتے ہیں۔

(b) کسی جماعت (گروہ) میں حقیقی نچلی جماعتی حد اور حقیقی بالائی جماعتی حد کو حقیقی جماعتی حدود کہا جاتا ہے۔

(c) کسی جماعت کے درمیانی نقطہ کو جماعتی نشان کہا جاتا ہے۔یہ ہر کلاس کی زیریں اور بالائی جماعتی حد کو جمع کر کے 2 پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(d) مجموعی تعدد کا کالم تعددی کالم سے مرتب کیا جاتا ہے کسی گروپ (کلاس) کی بالائی حد سے کم تمام گروپس کے تعدد کو مجموعی تعدد کہا جاتا ہے۔

کالمی نقشہ: کالمی نقشہ متصلہ مستطیلوں کا گراف ہوتا ہے جس کو XY-محور پر تشکیل دیا جاتا ہے۔

حسابی اوسط: حسابی اوسط وہ قیمت ہے جو تمام مدات کے مجموعہ کو مدات کی تعداد پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

انحراف: کسی متغیر مقدار سے مستقل مقدار کے فرق کو انحراف کہا جاتا ہے۔جیسے $D_i = x_i - A$

اقلیدسی اوسط: کسی متغیر x کی اقلیدسی اوسط سے مراد n-مدات $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ کے حاصل ضرب کا nth مثبت روٹ ہوتا ہے۔علامتی طور پر ہم اسے یوں لکھیں گے۔

$$G.M = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)^{1/n} \quad \text{(اقلیدسی اوسط)}$$

ہم آہنگ اوسط: ہم آہنگ اوسط وہ قیمت ہے جو $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ مدات کے معکوس کا حسابی اوسط لینے سے حاصل ہوتی ہے۔

عادہ: عادہ سے مراد وہ قیمت ہے جو کسی مواد میں سب سے زیادہ بار آئے۔

$$\text{عادہ} = l + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times h$$

وسطانیہ: وسطانیہ ایک پیمانہ ہے جو کسی مواد کی درمیانی مد کا تعین کرتا ہے۔

$$\text{وسطانیہ} = l + \frac{h}{f}\left\{\frac{n}{2} - c\right\}$$

انتشار: شماریات میں، انتشار سے مراد کسی مواد میں موجود مدات کا پھیلاؤ ہے۔

سعت: سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی مد کے فرق کو سعت کہتے ہیں۔ اس کی پیائش کا کلیہ درج ذیل ہے۔

$$\text{سعت} = X_{\max} - X_{\min} = X_m - X_0$$

تغیریت: تغیریت وہ قیمت ہے جو کسی مواد میں انحرافات کے مربعوں کو جو کہ حسابی اوسط سے لیے گئے ہوں، ان کے مجموعہ کو ان کی مدات x_i $(i = 1, 2, 3, ...)$ کی تعدادات پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔ علامتی طور پر اسے ہم اس طرح لکھتے ہیں۔

$$X \text{ کا معیاری انحراف} = \text{S.D}(X) = \sqrt{\frac{\Sigma (X - \bar{X})^2}{n}}$$

یونٹ 7

ڈگری: اگر دائرے کے محیط کو 360 برابر قوسوں میں تقسیم کریں تو دائرے کے مرکز پر ایک قوس سے بننے والے زاویوں کو ایک ڈگری کہتے ہیں اور اس کو 1° سے ظاہر کرتے ہیں۔

ریڈین: ایک قوس جس کی لمبائی دائرے کے رداس کے برابر ہو، اس سے دائرے کے مرکز پر بننے والے زاویے کی مقدار ایک ریڈین کہلاتی ہے۔

ریڈین اور ڈگری کے درمیان تعلق:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ ریڈین} \approx 0.0175 \text{ ریڈین} \quad \text{اور} \quad 1 \text{ ریڈین} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.295^\circ \approx 57.295^\circ$$

دائرے کے مرکزی زاویہ، قوس اور رداس میں تعلق: مرکزی زاویہ θ اور دائرے کی قوس کی لمبائی l میں تعلق $l = r\theta$ ہوتا ہے۔

دائروی قطاع کا رقبہ: دائروی قطاع کا رقبہ A، $\frac{1}{2}r^2\theta$ کے برابر ہوتا ہے۔یعنی $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

کوٹرمینل زاویے: دو یا دو سے زیادہ زاویے جن کے ابتدائی بازو اور اختتامی بازو ایک جیسے ہوں، کوٹرمینل زاویے کہلاتے ہیں۔

ربع زاویہ: اگر کسی زاویے کا اختتامی بازو x - محور یا y– محور پر ہو تو اس زاویے کو ربع زاویہ کہتے ہیں۔

زاویہ کی معیاری صورت: اگر عمومی زاویے کا راس (Vertex)، مبداء (Origin) پر ہو اور ابتدائی بازو مستوی میں x– محور کی مثبت سمت میں ہو ایسا زاویہ معیاری صورت میں ہوتا ہے۔

تکونیاتی نسبتیں: بنیادی طور پر تکونیاتی نسبتیں چھ ہیں۔ جن کو Sine، Cosine، Tangent، Cotangent، Secant اور Cosecant کہتے ہیں۔

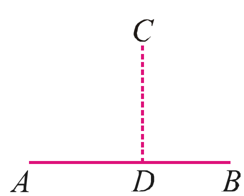
تکونیاتی مماثلات:

(a) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ (b) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

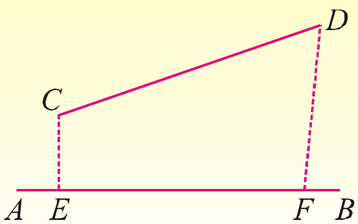
(c) $1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$

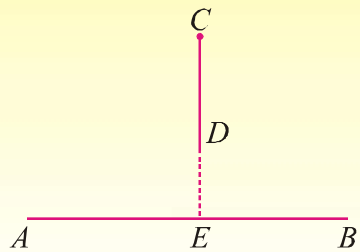
یونٹ 8

ظِل: کسی نقطہ سے ایک دیے ہوئے قطعہ خط پر عمود کھینچا جائے تو پایۂ عمود کو نقطے کا ظِل یا سایہ کہتے ہیں۔ اگر $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ کھینچا جائے تو پایۂ عمود D کو نقطہ C کا ظِل کہیں گے۔



صفری سمت: دیے ہوئے قطعہ خط $\overline{CD}$ کا کسی دوسرے قطعہ خط $\overline{AB}$ پر ظل سے مراد $\overline{EF}$ ہے جو نقطہ E پایۂ عمود C اور نقطہ F پایۂ عمود D کے درمیان ہوتا ہے، البتہ دے ہوئے عمودی قطعہ خط $\overline{CD}$ کا کسی دوسرے قطعہ خط $\overline{AB}$ پر ایک نقطہ E ہوتا ہے جس کی پیمائش صفر ہوتی ہے۔





منفرجہ زاویہ: کسی منفرجۃ الزاویہ مثلث میں منفرجہ زاویے کے متقابل ضلع کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے مجموعے اور دوچند مستطیلی رقبہ جو ان دو اضلاع میں سے ایک اور اس پر دوسرے کے ظِل سے بنتا ہے، کے برابر ہوتا ہے۔

قائمہ زاویہ: ایک زاویہ جو 90° کے برابر ہو قائمہ زاویہ کہلاتا ہے۔

حادہ زاویہ: کسی مثلث میں حادہ زاویہ کے متقابل ضلع کا مربع باقی دو اضلاع کے مربعوں کے مجموعے سے کم دوچند مستطیلی رقبہ جو ان دو اضلاع میں سے ایک اور اس پر دوسرے کے ظِل سے بنتا ہے، کے برابر ہوتا ہے۔

یونٹ 9

دائرہ: ان تمام مستوی کے نقاط کا گراف جن کا فاصلہ مستوی کے ایک مخصوص نقطہ سے برابر ہو دائرہ کہلاتا ہے۔ مخصوص نقطہ دائرے کا مرکز اور مخصوص نقطہ سے دائرے کے کسی نقطہ کا فاصلہ رداس کہلاتا ہے۔

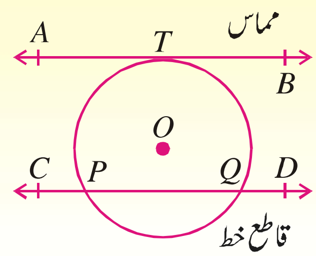
دائرے کا محیط: دائرے کا رداس r ہو تو اِسکا محیط $2\pi r$ ہوتا ہے۔

دائرے کا رقبہ: دائرے کا رداس r ہو تو اِسکا رقبہ πr^2 ہوتا ہے۔

ہم خط نقاط: تین یا تین سے زیادہ نقاط ایک ہی خطِ مستقیم پر واقع ہوں تو انہیں ہم خط نقاط کہتے ہیں بصورت دیگر وہ غیر ہم خط نقاط ہوں گے۔

محاصر دائرہ: مثلث کے راسوں سے گزرنے والا دائرہ محاصر دائرہ کہلاتا ہے۔ جبکہ مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف اِس کے مرکز کی نشاندہی کرتے ہیں۔

یونٹ 10



قاطع خط: قاطع خط ایک ایسا خط مستقیم ہے جو دائرے کے محیط کو دو واضح نقاط پر قطع کرتا ہے۔ شکل میں قاطع $\overleftrightarrow{CD}$ دائرہ کو دو واضح نقاط P اور Q قطع کرتا ہے۔

مماس: دائرے کا مماس ایک ایسا خط ہے جو دائرے کے محیط کو صرف ایک نقطہ پر مس کرتا ہے۔ شکل میں دائرے کے نقطہ T پر $\overleftrightarrow{AB}$ مماس ہے۔

مماس کی لمبائی: مماس کی لمبائی دائرے کے کسی بیرونی نقطہ سے نقطہ تماس تک ہوتی ہے۔

یونٹ 12

سیکٹر/قطاع دائرہ: دائرے کے دو رداسی قطعات اور ان کی درمیانی قوس سے گھرا ہوا علاقہ دائرے کا سیکٹر کہلاتا ہے۔

مرکزی زاویہ: مرکزی زاویہ دائرے کے مرکز پر دو راسوں اور ایک قوس سے بنتا ہے۔

محاصر زاویہ: دائرے کے کوئی سے دو وتر جو محیط پر مشترک نقطہ پر ملیں ان سے بننے والا زاویہ محاصر زاویہ کہلاتا ہے۔

دائرے کا وتر: محیط کے کوئی سے دو نقاط کو ملانے والا قطعہ خط دائرے کا وتر کہلاتا ہے۔

سائیکلک چوکور: وہ چوکور، سائیکلک کہلاتی ہے جس کے چاروں راسوں سے دائرہ کھینچا جاسکتا ہو۔

محصور مرکز: مثلث کے محصور دائرہ کے مرکز کو محصور مرکز کہتے ہیں۔

یونٹ 13

دائرہ: کسی رداس کا دائرہ، پرکار کو کسی معین نقطے پر گھمانے سے ٹریس (Trace) کیا جاسکتا ہے۔ معین نقطہ کو دائرے کا مرکز کہتے ہیں۔

رداس: دائرے کے مرکز سے محیط کے کسی نقطہ تک کا فاصلہ رداس کہلاتا ہے۔

احاطہ: جیومیٹری کی کسی شکل کے تمام اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ احاطہ کہلاتا ہے۔

محیط: دائرے کی قوس کی کل لمبائی کو محیط کہتے ہیں۔

قطر: دائرے کے مرکز سے گزرنے والا وتر اس کا قطر کہلاتا ہے۔

قوس: دائرے کے محیط کا ایک حصہ قوس کہلاتا ہے۔

مثلث: تین غیر متوازی قطعات خط سے بننے والی شکل کو مثلث کہتے ہیں اور قطعات خط اس کے اضلاع کہلاتے ہیں۔

کثیر الاضلاع: تین یا تین سے زیادہ قطعات خط سے گھری ہوئی شکل کو کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

ریگولر کثیر الاضلاع: ایسی کثیر الاضلاع جس کے تمام اضلاع اور زاویے برابر ہوں۔ ریگولر کثیر الاضلاع کہلاتی ہے۔

راس: کثیر الاضلاع کے کسی دو ضلعوں کے مشترک نقطہ کو راس کہتے ہیں۔

محاصر دائرہ: دائرہ جو کسی کثیر الاضلاع تمام راسوں سے گزرتا ہو محاصر دائرہ کہلاتا ہے اور دائرے کے اندر کثیر الاضلاع محصور کثیر الاضلاع کہلاتی ہے۔

جانبی دائرہ: دائرہ جو کسی مثلث کے ایک ضلع کو بیرونی اور باقی دو بڑھے ہوئے اضلاع کو اندرونی طور پر مَس کرے۔ جانبی دائرہ کہلاتا ہے۔

محاصر دائرہ: مثلث کے راسوں سے گزرنے والا دائرہ، محاصر دائرہ کہلاتا ہے۔

محصور دائرہ: مثلث کے تینوں اضلاع کو اندرونی طور پر مَس کرنے والا دائرہ، محصور دائرہ کہلاتا ہے۔ اس کے مرکز کو محصور مرکز اور رداس کو محصور رداس کہتے ہیں۔

انڈیکس

ا، ب

ابتدائی بازو.................................171
ابدال نسبت.................................66
اختتامی بازو.................................171
اقلیدسی اوسط.................................149
اکائی کے جذر المکعب.................................25
انتشاری.................................160
ای۔ دائرہ.................................260
ای۔ رداس.................................260
ای۔ مرکز.................................260
باقی.................................40
بالواسطہ طریقہ.................................139
بائی جیکٹیو تفاعل.................................115
براہ راست طریقہ.................................137
بنیادی شماریات.................................123
بیرونی.................................227

پ، ت

پہلی رقم.................................56
تجزی.................................2
ترکیب نسبت.................................67
ترکیب و تفصیل نسبت.................................67
ترکیبی تقسیم.................................40
تعددی تقسیم.................................124
تعددی کثیر الاضلاع.................................131
تغیر راست.................................60
تغیر مشترک.................................73
تغیر معکوس.................................62
تغیر.................................160
تغیریت.................................162
تفاعل.................................67
تفصیل نسبت.................................91
تکمیل مربع.................................3
تکونیاتی مماثلات.................................192
تکونیاتی نسبتیں.................................180
تناسب.................................58
تیسرا تناسب.................................64
تین درجی مساوات.................................42

ٹ، ث

ٹیلی نشان (مارکس).................................124
ثنائی ربط.................................113

ج، چ

جذر المکعب کی اکائی کی خصوصیات.................................25
جذر.................................13
جذری مساوات.................................13
جزوی کسور.................................85
جماعتی حدود.................................127
جماعتی وقفہ.................................127
چار درجی.................................43

چوتھا تناسب 64
چوکور 251

ح،خ

حادہ زاویہ 204, 248
حاصل قسمت 40
حاصل کسر 86
حسابی اوسط 137
خاصیت تلازم 100
خاصیت مبادلہ 100, 104

د،ڈ

دائرہ 210
دائروی قطاع کا رقبہ 178
دائرے پر مماس 222
درجہ 171
درمیانی نقطہ 127
دودرجی پیور مساوات 2
دودرجی جملہ 21
دودرجی فارمولا 5
دودرجی مساوات کی تشکیل 36
دودرجی مساوات 2
دوسری رقم 56
ڈومین 113
ڈی مارگنز قوانین 102, 106
(ڈگری) درجہ 171

ر۔ز

ربع زاویہ 182
ربعے 182
رداس 210
روٹس کا حاصل ضرب 36
روٹس کی اقسام 22
روٹس کی جمع 36
روٹس 29, 34
ریڈین 174
زاویہ صعود 195
زاویہ نزول 195

س،ض

ساٹھ کا نظام 171
سپلیمنٹری زاویے 249
سرجیکٹیو تفاعل 115
سعت 161
سیٹ کا کمپلیمنٹ 98
سیٹ 97
سیٹوں کا تقاطع 97
سیٹوں کا فرق 98
سیٹوں کا یونین 97
سیمٹرک تفاعل 34
ضعف 30

ط،ظ

طرفین 58
ظِل (سایہ) 202

ع،غ

عادہ 147
عددی سر 2, 29, 89
عکس نسبت 66
عمودی ناصف 211
عمومی زاویہ 180
غیر حقیقی جذر المکعب 26
غیر حقیقی 22, 26
غیر خطی نقاط 211
غیر گروہی مواد 143
غیر مساوی دائرے 268
غیر مکرر 89
غیر ناطق 22
غیر واجب کسر 84

ف،ق،ک،گ

فالتو اصل 13
فرق کنندہ 21
قابل تحویل 89
قاطع خط 222
قاطع دائرے 270
قائمہ زاویہ 204, 248
قائمہ زاویہ 248
قطاع دائرہ 186
قطر 210, 213
قطعہ صغیرہ 210
قطعہ کبیرہ 210
قوت نمائی مساواتیں 11
قوس صغیرہ 246, 254
قوس کبیرہ 246, 254
قوس 176
k۔طریقہ 73
کارتیسی ضرب 112
کثیر الاضلاع 258
کثیر رقمی کا درجہ 84
کثیر رقمی 84
کسر 84
کم درجی مساوات 42
کوڈومین 113
گروہی مواد 147

م

مترتب جوڑے 112
متغیر 2
متقابلہ زاویے 259
متماثل دائرے 236, 238
متماثل 215
مجموعی تعدد 127, 133
محاصر دائرہ 258
محاصر مرکز 258
محصور دائرہ 259
محصور مرکز 259

محصور مرکز 259
محیط 176, 210, 220
مرکزی رجحان 137
مرکزی زاویہ 211, 241
مرکزی قیمت 137
مَس کرتے دائرے 227
مساوی الاضلاع 185
مساوی دائرے 267
مسدس 262
مسلسل نسبت 65
مسئلہ فیثاغورث 195
مشترک مماس 267
مطابقت 115
معکوس مساواتیں 9
معیاری انحراف 142
معیاری زاویہ 181
معیاری شکل 2
مقسوم علیہ 40
مکرر 88
مکمل مربع 21
مماثلت 87
مماس 266
منفرجہ زاویہ 204, 248
مواد 124
میپنگ/تفاعل 113
ناطق کسر 184
ناطق کسر 84

ن،و،ہ

نسب نما 87, 90
نسبت 56
نصف قطعہ دائرہ 248
ہم آہنگ اوسط 151
ہم بازوزاویہ 180
ہم زاد مساواتیں 44
ہم مرکز دائرے 227
ہم نقطہ خطوط 220
واجب کسر 84
واجب کسر 84
وتر 210
وسط فی التناسب 165
وسطانیہ 143
وسطین 58
وین اشکال 107

ی

یک درجی اجزائے ضربی 86
یک درجی مساوات 2
یکساں فاصلہ 21

حوالہ جات

1. Oxford Mathematics *by Teh Kong Seng, Loh Chengyez,*
   Published by: Ameena Saiyed Oxford University Press Karachi.
2. Oxford Additional Mathematics *by Ho Soo Thong, Khor Nyak Hiony,*
   Published by: Pan Pacific Publishing Singapore.
3. National Curriculum Level 9 & 10 *by K.M. Vickers and M.J. Tipler,*
   Published by: Canterbury Educational Ltd. Great Britain.
4. Fundamental Algebra and Trigonometry *by Robert G. Stein,*
   Published by: Nelson-Hall Chicago (USA).
5. A New Sequence of Geometry for School *by Johan Gray,*
   Published by: Great Educational Co. Ltd. London.
6. Dil's New Geometry *by Khawaja Dil Muhammad,*
   Published by: Khawaja Book Depot, Lahore.
7. Discovering Algebra *by Russell F. Jacobs,*
   Published by: Harcourt Brace Jovanovich, New York (USA).
8. Elementary Geometry *by C. Godfrey & A.W. Siddons,*
   Published by: Cambridge University Press.
9. Complete Mathematics *by Indian Edition 2009*
   Published in: New Dehli India.
10. Pak Geometry *by M. Hassan Rathoor and Dr. Zia-ud-din.*